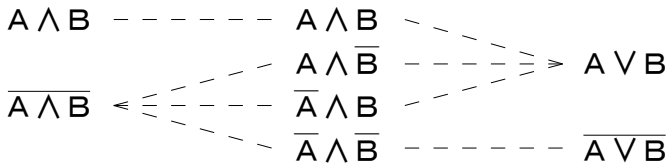
Copywrite
遊学社　長山　訓

Part-HA1114 ●命題の分解とド・モルガンの定理

判断推理の第１章の最終 Part ですが，少し難しくなります。内容の奥深さという観点からは，公務員上級試験レベルと言えます。
ただ，さすがにＳＰＩでの出題は見られないものの，初級や中級では出題されたことがあります。得点するためには，内容は理解できないとしても，暗記すべき項目がいくつかあります。
とは言え，初級，中級での出題は決して多くはありません。なので，出題されたらあきらめて無視するという手もあります。その場合は，この Part の学習はスルーしていただいてＯＫです。

1)「ＡかつＢ」と「ＡまたはＢ」

「ＡかつＢ」，つまり，「Ａであり，なおかつＢでもある」は，記号「∧」を用いて「Ａ∧Ｂ」と表現します。
一方，「ＡまたはＢ」は，記号「∨」を用いて，「Ａ∨Ｂ」と表現します。
ところで，命題の舞台で「ＡまたはＢ」というときの「または」ですが，日常用語で用いられる「または」とは少しズレているかもしれません。
日常，「ＡまたはＢ」というとき，「ＡかＢのいずれか一方」という意味で用いられることが多いと思われますが，命題の舞台で「ＡまたはＢ」といえば，「ＡかＢのうち少なくとも一方」という意味になります。



2) 分解できる命題とは

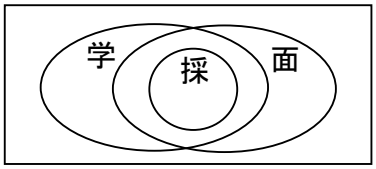
正解したければ，最低限覚えるべきことの１つ目です。

① 命題「Ｐ→Ａ∧Ｂ」は,「Ｐ→Ａ」と「Ｐ→Ｂ」の２つに分解できます。
② 命題「Ａ∨Ｂ→Ｐ」は,「Ａ→Ｐ」と「Ｂ→Ｐ」の２つに分解できます。

具体例を通して見ていきましょう。

① 採 → 学∧面

「採用された人は，学科試験に合格し，かつ面接試験に合格した」という命題は，
「採用された人は，学科試験に合格した」
「採用された人は，面接試験に合格した」
の２つの命題に分解できます。つまり，
「採→学」と「採→面」に分解できます。

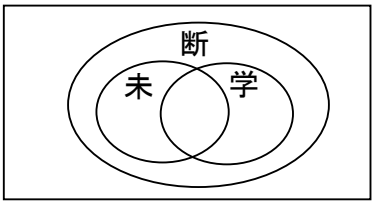


「採」は「学∧面」の内側

② 未∨学 → 断

「未成年者または学生は，お断りします」という命題は，
「未成年者は，お断りします」
「学生は，お断りします」
の２つの命題に分解できます。つまり，
「未→断」と「学→断」に分解できます。

そしてこのとき，未成年であり，かつ学生でもある人は，当然お断りの対象となります。



「未∨学」は「断」の内側

Copywrite
遊学社　長山　訓

3）分解できない命題と「ド・モルガンの定理」

③　命題「Ａ∧Ｂ→Ｐ」は,「Ａ→Ｐ」と「Ｂ→Ｐ」の２つに分解できません。

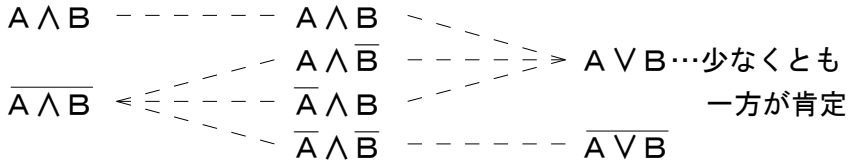
④　命題「Ｐ→Ａ∨Ｂ」は,「Ｐ→Ａ」と「Ｐ→Ｂ」の２つに分解できません。

なぜ分解できないかは後述するとして，これら分割できない命題が登場し，その対偶をとる必要がある場合，「ド・モルガンの定理」を用いることになります。正解したければ，最低限覚えるべきことの２つ目です。

★ド・モルガンの定理

その１）　$\overline{A \vee B} \equiv \overline{A} \wedge \overline{B}$　…（Ａ，Ｂともに否定形）

その２）　$\overline{A \wedge B} \equiv \overline{A} \vee \overline{B}$　…（Ａ，Ｂの少なくとも一方が否定形）



ところで,「Ａ∧Ｂ→Ｐ」と「Ｐ→Ａ∨Ｂ」は，どうして分解できないのでしょうか。

③　成∧社 → 入

「成人であり，かつ社会人であれば，入店できる」という命題は，
成人であることと社会人であることの両方が条件ですから，
次の２つの命題に分割することはできません。

「成人ならば，入店できる」　…　学生でも成人なら入店可
「社会人ならば，入店できる」…　未成年でも社会人なら入店可

④　有 → 懲∨罰

「有罪ならば，懲役または罰金」という命題は，
有罪ならば，懲役または罰金の少なくとも一方となりますから，
次の２つの命題に分割することはできません。

「有罪ならば，懲役」…　有罪ならば，必ず懲役
「有罪ならば，罰金」…　有罪ならな，必ず罰金

ちなみに，③の対偶は次のようになります。

$\overline{入} \rightarrow \overline{成 \wedge 社} \equiv \overline{入} \rightarrow \overline{成} \vee \overline{社}$

入店できない人は，
成人でないか，または社会人でないかの少なくとも一方である。

④の対偶は次のようになります。

$\overline{懲 \vee 罰} \rightarrow \overline{有} \equiv \overline{懲} \wedge \overline{罰} \rightarrow \overline{有}$

懲役でもないし，罰金でもないなら，
有罪ではない（無罪である）。

なお,このPartもこの２ページで終了です。練習問題は設定していません。ご了承ください。