Copywrite
遊学社　長山　訓

Part-SU0013 ●仕事算でやりがちな分数計算のミス

ＳＰＩや公務員試験の数的推理のジャンルの一つに「仕事算」があります。仕事算に登場する分数はすべて割合分数ですが，その分数計算があやふやなために，仕事算で苦労する人が多数見受けられます。

１）全体（総量）＝100%＝１

タイトルの「全体＝100%＝１」は，仕事算の舞台では基本中の基本です。
例えば，総量６個のうち３個，総量８個のうち４個，総量10個のうち５個はいずれも総量の半分ですから，%（percent）で表記すると50%となります。

分数で表記すると，それぞれ$\frac{3}{6}$，$\frac{4}{8}$，$\frac{5}{10}$ですが，約分するといずれも$\frac{1}{2}$，分母を100にすると$\frac{50}{100}$となります。%が「百分率」と呼ばれるのは，このように，分母が100のときの分子の値がそのまま%の値となるからです。

次に，総量６個のうち６個，総量８個のうち８個，総量10個のうち10個はどうなるでしょうか？「すべて」ですから，100%であることは言うまでもないですね。

分数で表記すると，それぞれ$\frac{6}{6}$，$\frac{8}{8}$，$\frac{10}{10}$ですが，約分するといずれも１，そして，この「１」は分母を100にすると$\frac{100}{100}$となります。

２）１時間あたりの処理量

タイトルでは「１時間あたり」としましたが，問題によっては「１分あたり」，「１日あたり」の処理量を考えることになります。
さて，処理すべき総量が例えば90個と示されていて，毎日同じ量ずつ処理すると９日ですべて処理できる場合，１日あたりの処理量は10個となります。
しかしながら，仕事算の問題のほとんどは，この総量が示されていないため，原則として，総量（仕事全体）を１することになっています。毎日同じ量ずつ処理すると９日ですべてを処理できるなら，

１日あたりの処理量	×	完了までの所要日数	＝	総　量
（　　）	×	９日	＝	１

と表され，１日あたりの処理量は$\frac{1}{9}$となります。

次に，総量が90個とわかっていて，毎日同じ量ずつ処理すると９日ですべて処理できるＡさんと，18日ですべて処理できるＢさんがいて，２人一緒に処理すると，何日で処理できるでしょうか？
１日あたりの処理量は，Ａさんが10個，Ｂさんが５個となりますから，次に示すように，６日ですべて処理できることになります。

（10個＋５個）	×	６日	＝	90個

では，総量が示されていなくて，９日ですべて処理できるＡさんと，18日ですべて処理できるＢさんが，２人一緒に処理するとどうなるでしょうか？

$\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{18}\right)$	×	[　　] 日	＝	１
$\left(\frac{2}{18}+\frac{1}{18}\right)$	×	[　　] 日	＝	$\frac{18}{18}$

やはり，[　　]＝６日となり，６日ですべて処理できることになります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

３）仕事算でやりがちな分数の計算ミス

ところで，前ページの分数計算ですが，極めて数少ない例ではありますが，

$\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{1}{27}$ とした方がいます。普段は，このようなミスをすることはないものと思われますが，試験の場では，緊張や焦りのために考えられないミスをすることがありえます。「そんなミス，自分にはありえない」とタカをくくらないでください。

上記のような極端なミスは別として，仕事算では，せっかく正しく数式を立てることができたのに，計算ミスで不正解となるケースが見受けられます。
では，次の例を見てみましょう。

「３日間,毎日同じ量ずつ処理して,仕事全体の$\frac{1}{12}$を処理することができた。仕事全体を１としたとき，１日あたりの処理量はいくらか。」

１日あたりの処理量をｎとすると，

$n\times 3=3n=\frac{1}{12}$ となりますが，問題はここからです。

★両辺を３で割って，

$$3n\div 3=\frac{1}{12\div 3}$$

$$n=\frac{1}{4}$$

おわかりと思いますが，この計算には誤りがあります。
ｎの値を求めたいということは,「３ｎ＝」を「ｎ＝」にしたいのですから,「★両辺を３であって」というのは誤りではありません。では，どこが誤っているのかというと，右辺において，分母の 12 を３で割ってしまったことです。

ところで,例えば「２で割る」というのは「半分にする」ということですから,「○÷２」という割り算は,「$\bigcirc\times\frac{1}{2}$」というかけ算と同じですね。同様に,「３ｎ÷３」という割り算は,「$3n\times\frac{1}{3}$」というかけ算と同じです。

「ｍで割る」 → 「$\frac{1}{m}$ をかける」を強く，そして常に認識しましょう！

そして，★以降の正しい計算は次のようになります。

両辺に$\frac{1}{3}$をかけて

$$3n\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}\times\frac{1}{3}$$

$$n=\frac{1}{36}$$

つまり，１日あたりの処理量は，仕事全体を１として $\frac{1}{36}$ となります。
したがって，仕事全体を完了させるには，36 日要することになります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

では，もう一つ，次の数式はいかがでしょうか？

$$\frac{1}{12}n + \frac{1}{24}(18-n) = 1$$

これは，例えば，次のような問題を解くための数式です。
「ある仕事をすべて処理するのに 12 日かかるＡさんと，24 日かかるＢさんがいて，初めはＡさんだけである日数処理し，その後Ｂさんだけである日数処理し，２人合わせて 18 日ですべてを終了した。Ａさんだけで処理した日数は何日か？」

求められているのはＡさんだけで処理した日数なので，これをｎ（日）とします。
すると，すべて終了するのに２人合わせて 18 日かかっていますから，Ｂさんだけで処理した日数は（18 －ｎ）となるのですが，この部分は大丈夫でしょうか？

	Ａだけ	ｎ
＋）	Ｂだけ	18 －ｎ
	合わせて	18

このとき，例えばＡさんだけで処理した日数をａ，Ｂさんだけで処理したに数をｂとすると（つまり文字を２個使うと），この問題を解くことは不可能になりますので，要注意です。

さて，それでは計算していきましょう。
まず，分母を 24 でそろえ，次に（　　）を開くというアプローチをとってみましょう。

$$\frac{2n}{24} + \frac{18}{24} - \frac{n}{24} = 1$$

次にどうしますか？
一般的には，両辺を 24 倍することで，式全体を整数化します。なお，通常，下線の数式は省略です。

$$2n + 18 - n = 24 \quad \cdots \quad ★$$

$$\underline{2n - n + 18 = 24}$$

$$\underline{n + 18 = 24}$$

$$\underline{n + 18 - 18 = 24 - 18}$$

$$n = 24 - 18$$

$$n = 6 \text{（日）}$$

この結果（ｎ＝６）を元に数式に入れると，次のようになります。

$$\underset{\text{Ａだけ}}{\frac{1}{12} \times 6} + \underset{\text{Ｂだけ}}{\frac{1}{24} \times (18-6)} = 1$$

$$\frac{6}{12} + \frac{12}{24} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

つまり，Ａさんは６日，Ｂさんは 12 日かけて，それぞれ仕事全体の半分を処理したことになります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

前ページでも見てきましたが，分数同士のたし算，ひき算をする場合は，分母が同じ値になっていなければなりません。このため，分母を 24 でそろえるいう処理をしたわけですが，この 24 は，２つの分母の 12 と 24 の最小公倍数（共通の倍数のうち最小の値）です。

そして，その後，両辺を 24 倍して，数式を整数化したのですが，それなら最初から両辺を 24 倍したほうがいいとは思いませんか？つまり，

$$\frac{1}{12}n + \frac{1}{24}(18 - n) = 1 \quad \cdots \quad ◎$$

この時点で両辺に 24 をかけます。そしてこのとき，24 倍にする対象は次の３つです。

対象１	対象２	対象３
$\frac{1}{12}n$	$\frac{1}{24}(18 - n)$	1

$\frac{1}{12}n$ というのは $\frac{1}{12} \times n$ というかけ算です。したがって，$\frac{1}{12}$ とｎのそれぞれに 24 をかけて，$\frac{1}{12} \times 24 \times n \times 24$ とすると，24 倍ではなく 576 倍（$24 \times 24 = 576$）になってしまいます。

例えば，２×３に 24 をかけるというとき，正しくは２× ３×24 であって，２× 24 ×３× 24 ではないのと同じことです。

同様に，$\frac{1}{24}(18 - n)$ も，$\frac{1}{24} \times (18 - n)$ ですから，$\frac{1}{24}$ と $(18 - n)$ のそれぞれに 24 をかけてはいけません。よって，◎式の両辺に 24 をかけると，

$$\frac{1}{12}n \times 24 + \frac{1}{24}(18 - n) \times 24 = 1 \times 24$$

$$2n + 18 - n = 24$$

となって，分母を 24 にそろえるという処理をすることなく，前ページの★式を得ることができます。

つまり，今回の数式を解くにあたっては，分母を 24 にそろえるという処理は，必要がないというか，時間をムダに浪費してしまう処理だということです。

民間の採用試験におけるＳＰＩ，公務員試験における数的推理とも，制限時間との勝負は極めて過酷です。このようなムダな処理は，決してやるべきでは悪行と認識してください。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-0013

① ４日間，毎日同じ量ずつ処理して，仕事全体の$\frac{1}{8}$を処理することができた。仕事全体を１としたとき，１日あたりの処理量はいくらか。

② ６日間，毎日同じ量ずつ処理して，仕事全体の$\frac{1}{24}$を処理することができた。仕事全体を１としたとき，１日あたりの処理量はいくらか。

③ ある仕事をすべて処理するのに要する日数は，Ａさん１人では 15 日，Ｂさん１人では 20 日である。この仕事を，初めはＡさん１人だけである日数処理し，その後Ｂさん１人だけである日数処理し，合わせて 17 日かけてすべての処理を終えた。Ａさん１人だけで処理した日数は何日か。

④ ある仕事をすべて処理するのに要する日数は，Ａさん１人では 18 日，Ｂさん１人では 24 日である。この仕事を，初めはＡさん１人だけである日数処理し，その後Ｂさん１人だけである日数処理し，合わせて 20 日かけてすべての 処理を終えた。Ｂさん１人だけで処理した日数は何日か。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-0013 の解答

① 求められている１日あたりの処理量をｎとすると，

$4n = \frac{1}{8}$　両辺に $\frac{1}{4}$ をかけて

$4n \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{4}$

$n = \frac{1}{32}$

② 求められている１日あたりの処理量をｎとすると，

$6n = \frac{1}{24}$　両辺に $\frac{1}{6}$ をかけて

$6n \times \frac{1}{6} = \frac{1}{24} \times \frac{1}{6}$

$n = \frac{1}{144}$

③ 求められているＡさん１人だけで処理した日数をｎとすると，Ｂさん１人だけで処理した日数は 17 －ｎとなりますから，

$\frac{1}{15}n + \frac{1}{20}(17 - n) = 1$

両辺に，15 と 20 の最小公倍数である 60 をかけて

$\frac{1}{15}n \times 60 + \frac{1}{20}(17 - n) \times 60 = 1 \times 60$

$4n + 3(17 - n) = 60$

$4n + 51 - 3n = 60$

$n = 9$（日）

15 の倍数	15	30	45	60
20 の倍数	20	40		60

④ 求められているＢさん１人だけで処理した日数をｎとすると，Ａさん１人だけで処理した日数は 20 －ｎとなりますから，

$\frac{1}{18}(20 - n) + \frac{1}{24}n = 1$

両辺に，18 と 24 の最小公倍数である 72 をかけて

$\frac{1}{18}(20 - n) \times 72 + \frac{1}{24}n \times 72 = 1 \times 72$

$4(20 - n) + 3n = 72$

$80 - 4n + 3n = 72$

$-n = -8$

$n = 8$（日）

18 の倍数	18	36	54	72
24 の倍数	24	48		72