Copywrite
遊学社　長山　訓

Part-SU3112 ●どんなときに食塩水の濃度は変化するか？

食塩水の濃度が変化する最も一般的要因は，異なる濃度の食塩水が混じることですが，それ以外にもあります。早速，具体的な例を見ていきましょう。

① 初めは食塩水ではありません。ある案に，男子 60 人のうち半分と，女子 40 人のうち半分が賛成した。男女合わせると何%が賛成したか。「合わせる→たし算」ですが,異なるグループの%はたし算できません。

60 人×　0.50　＝ 30 人
＋）40 人×　0.50　＝ 20 人
100 人×（　　）＝ 50 人

※異なる２つのグループ（ここでは男子と女子）の%同士のたし算はできません。

（　　）＝ $\frac{50}{100}$ ＝50%　　男女とも 50%なら，合わせても 50%です。

0.50＋0.50＝１とすることはできません（※ １＝$\frac{100}{100}$ ＝100%）

② 濃度８%の食塩水 150g と，濃度２%の食塩水 150g を一つにしてよくかき混ぜた。

この例では，食塩水の量が等しい（いずれも 150g）ので，一つにすると，濃度は８%と２%の真ん中の５%になります。

150g ×　0.08　＝ 12g
＋）150g ×　0.02　＝ ３g
300g ×（　　）＝ 15g

（　　）＝ $\frac{15}{300}$ ＝ $\frac{5}{100}$ ＝0.05＝５%

③ 濃度８%の食塩水 100g と，濃度２%の食塩水 200g を一つにしてよくかき混ぜた。

100g ×　0.08　＝ ８g
＋）200g ×　0.02　＝ ４g
300g ×（　　）＝ 12g

（　　）＝ $\frac{12}{300}$ ＝ $\frac{4}{100}$ ＝0.04＝４%

④ 食塩 20g と水 80g を一つにしてよくかき混ぜた。

食塩は濃度 100%の食塩水，水は濃度０%の食塩水と捉えます。

20g ×　1.00　＝ 20g
＋）80g ×　0.00　＝ ０g
100g ×（　　）＝ 20g

（　　）＝ $\frac{20}{100}$ ＝0.20＝20%

⑤ 濃度５%の食塩水 200g を熱し，食塩水が 100g になるまで蒸発させた。

100g ×（　　）＝ 10g → 蒸発後
＋）100g ×　0.00　＝ ０g → 蒸発した水
200g ×　0.05　＝ 10g → 元

（　　）＝ $\frac{10}{100}$ ＝0.10＝10%

※蒸発後に残った食塩水と，蒸発した水を混ぜると，元の食塩水に戻るというたし算で表現します。
※食塩は水に溶けていても，固体なので蒸発しません。

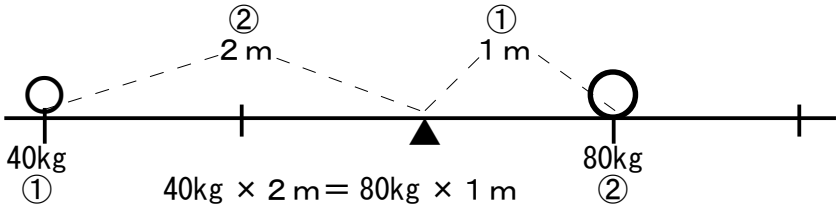
Copywrite
遊学社　長山　訓

前ページの①～⑤はいずれもSPIレベル以下ですから，計算も容易です。ところが，公務員試験はもちろん，SPIでも難しめの問題では，計算よりも天秤図（てんびん図）を用いたほうがラクに解けることが多くなります。

天秤図は，シーソーの原理と同じで，「重さの比と距離の比は逆比になる」という性質を利用します。例えば，体重40kgのＡさんと80kgのＢさんでは，重さの比が①：②なので，下図のように，支点（▲）からの距離比が②：①になるように座れば，水平になります。なお，別の表現をすると，

（Ａの重さ×支点からの距離）＝（Ｂの重さ × 支点からの距離）

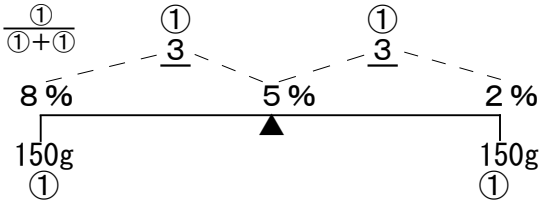
になるように座れば水平になる。と表現することもできます。



前ページの②～④を天秤図で表現してみましょう。濃度の世界を天秤図で表現する場合，濃度の値が距離を計測するための値として用いられます。

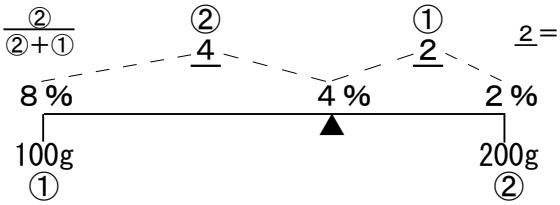
前ページ②　重さが①：①なので，距離比も①：①

$\underline{3} = (8-2) \times \frac{①}{①+①}$



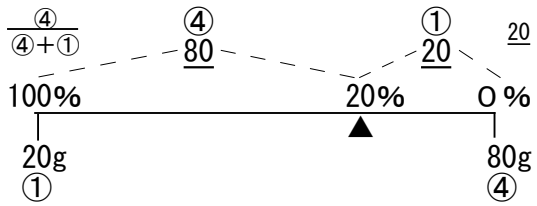
前ページ③　重さが①：②なので，距離比は②：①

$\underline{4} = (8-2) \times \frac{②}{②+①}$　　$\underline{2} = (8-2) \times \frac{①}{②+①}$



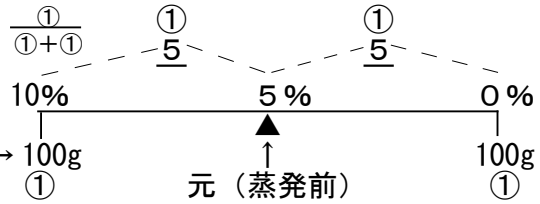
前ページ④　重さが①：④なので，距離比は④：①

$\underline{80} = (100-0) \times \frac{④}{④+①}$　　$\underline{20} = (100-0) \times \frac{①}{④+①}$



前ページ⑤　重さが①：①なので，距離比も①：①

$\underline{5} = (10-0) \times \frac{①}{①+①}$



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU3112-1

①ある議案について，女子 12 人と男子 18 人の計 30 人が賛否の議決をとった結果，男女ともに棄権はおらず，賛否が半数ずつであった。30 人全体では何%の人が賛成したか。

②８%の食塩水 150g と６%の食塩水 150g を一つにしてよくかき混ぜると，濃度は何%になるか。

③ 12%の食塩水 150g に 30g の水を加えてよくかき混ぜると，濃度は何%になるか。

④ 20%の食塩水 150g と４%の食塩水 450g を一つにしてよくかき混ぜると，濃度は何%になるか。

⑤ある高校の入学試験で，女子は 150 人が受験して合格率 20%，男子は 450 人が受験して合格率４%であった。男女合わせた合格率は何%か。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU3112-1 の解答

①この問題ではどちらも 50%が賛成ですから，男女合わせても 50%です。

$$\begin{array}{rrcl} & 12\text{人}\times\ 0.50 & = & 6\text{人} \\ +) & 18\text{人}\times\ 0.50 & = & 9\text{人} \\ \hline & 30\text{人}\times(\quad) & = & 15\text{人} \end{array}$$

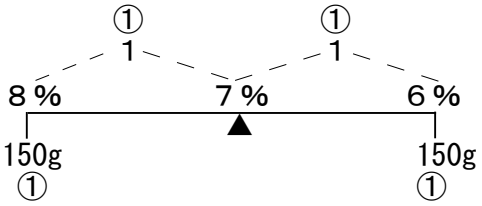
$$(\quad) = \frac{15}{30} = \frac{50}{100} = 0.50 = 50\%$$

合格率や濃度は,0.50 ＋ 0.50 ＝ 1（100%）というたし算はできません。

②この問題では，食塩水の量が等しい（いずれも 150g）ので，一つにすると，濃度は８％と６％の真ん中の７％になります。

$$\begin{array}{rrcl} & 150\text{g}\times\ 0.08 & = & 12\text{g} \\ +) & 150\text{g}\times\ 0.06 & = & 9\text{g} \\ \hline & 300\text{g}\times(\quad) & = & 21\text{g} \end{array}$$

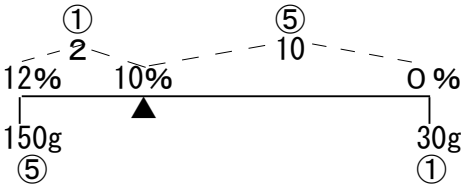
$$(\quad) = \frac{21}{300} = \frac{7}{100} = 0.07 = 7\%$$



③

$$\begin{array}{rrcl} & 150\text{g}\times\ 0.12 & = & 18\text{g} \\ +) & 30\text{g}\times\ 0.00 & = & 0\text{g} \\ \hline & 180\text{g}\times(\quad) & = & 18\text{g} \end{array}$$

$$(\quad) = \frac{18}{180} = \frac{10}{100} = 0.10 = 10\%$$



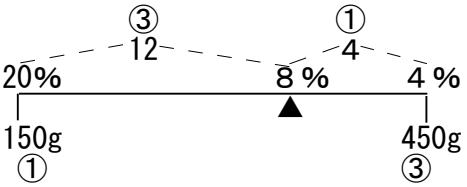
距離２＝（12 －０）× $\frac{①}{①+⑤}$

距離 10 ＝（12 －０）× $\frac{⑤}{①+⑤}$

④

$$\begin{array}{rrcl} & 150\text{g}\times\ 0.20 & = & 30\text{g} \\ +) & 450\text{g}\times\ 0.04 & = & 18\text{g} \\ \hline & 600\text{g}\times(\quad) & = & 48\text{g} \end{array}$$

$$(\quad) = \frac{48}{600} = \frac{8}{100} = 0.08 = 8\%$$



距離 12 ＝（20 －４）× $\frac{③}{③+①}$

距離４＝（20 －４）× $\frac{①}{③+①}$

⑤これは，上記④とまったく同じです。

$$\begin{array}{rrcl} & 150\text{人}\times\ 0.20 & = & 30\text{人} \\ +) & 450\text{人}\times\ 0.04 & = & 18\text{人} \\ \hline & 600\text{人}\times(\quad) & = & 48\text{人} \end{array}$$

$$(\quad) = \frac{48}{600} = \frac{8}{100} = 0.08 = 8\%$$

Copywrite
遊学社　長山　訓

Par-SU3112 はもう少し続きます。ここでは，前ページの問題の②の内容をアレンジしてみます。

例えば，
「８％の食塩水と６％の食塩水を混ぜて，７％の食塩水を 300g つくりたい。８％の食塩水は何ｇ必要か。」

さて，いかがでしょうか。こんな問題においても，天秤図のほうがラクに解けるのですが，まずは数式で解くアプローチを見てみましょう。

●数式による解法ｉ

まず　ｘ＋ｙ＝ｚのとき，ｙ＝ｚ－ｘ
で求めらることを確認しましょう。
例えば，５＋３＝８のとき，３＝８－５　というのと同じです。

さて，８％の食塩水の量をａｇと表現するとして，６％の食塩水の量をどう表現したらよいでしょうか。ｂ％にしますか。
いいえ，ａ＋ｂ＝300（g）ですから，ｂ＝300－ａと表現できます。
したがって，未知数（文字）はａだけでＯＫで，次のように求めることができます。

$$
\begin{array}{rrcl}
 & a\,g & \times\ 0.08 & = 0.08\,a \\
+) & (300g - a\,g) & \times\ 0.06 & = 18 - 0.06\,a \\
\hline
 & 300g & \times\ 0.07 & = 0.08\,a + 18 - 0.06\,a
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
0.08\,a + 18 - 0.06\,a &= 21 \\
0.08\,a - 0.06\,a &= 21 - 18 \\
0.02\,a &= 3 \\
2\,a &= 300 \\
a &= 150g
\end{aligned}
$$

●数式による解法ⅱ

８％の食塩水の量をａｇ，６％の食塩水の量をｂｇとすると，次の２式が成立します。

$$
\begin{aligned}
a\,g + b\,g &= 300g \quad \cdots ① \\
0.08\,a + 0.06\,b &= 21g\ (= 300 \times 0.07) \cdots ②
\end{aligned}
$$

連立方程式で，ａまたはｂを消去します。どちらを消去してもいいのですが，求めるのはａですから，ｂを消去します。ｂを消去するには，ｂの係数を例えば６にそろえてひき算します。

$$
\begin{array}{rrcll}
 & 6\,a + 6\,b & = & 1800 & \cdots \quad ① \times 6 \\
-) & 8\,a + 6\,b & = & 2100 & \cdots \quad ② \times 100 \\
\hline
 & -2\,a & = & -300 & \\
 & 2\,a & = & 300 & \\
 & a & = & 150g &
\end{array}
$$

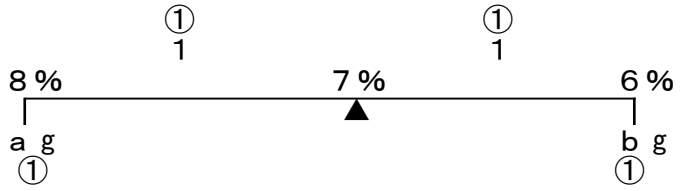
どうだったでしょうか。数式の処理に自信がある方なら，この程度は全然平気かもしれませんね。でも，あまり自信のない方にとっては，少し大変に感じたかもしれません。
そこで，次ページでは，天秤図を用いる解法を見ていきます。

Copywrite
遊学社　長山　訓

●天秤図による解法

　つくりたい食塩水の濃度７％は，元の２つの食塩水の濃度（８％と６％）の真ん中ですから，距離比は①：①となります。

　食塩水の重さの比は，距離比の逆比となるわけですが，①：①は逆にしても①：①ですから，８％の食塩水と６％の食塩水を同じ量だけ混ぜればよいことになります。



　７％の食塩水を 300g つくりたいのですから，

必要な８％の食塩水＝ａ g ＝ 300g × $\frac{①}{①＋①}$ ＝ 150g

必要な６％の食塩水＝ｂ g ＝ 300g × $\frac{①}{①＋①}$ ＝ 150g

となります。いかがでしょうか。比が①：①という，シンプルなものだったということもあるのですが，数式よりも，天秤図を用いて解くアプローチのほうがかなり軽い（ラク）だとは思いませんか？

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU3112-2

① 20%の食塩水と４%の食塩水を混ぜて，８%の食塩水を 600g つくりたい。
４%の食塩水は何ｇ必要か。

②２%の食塩水と 18%の食塩水を混ぜて，８%の食塩水を 400g つくりたい。
18%の食塩水は何ｇ必要か。

③３%の食塩水 180g と 18%の食塩水を混ぜて，９%の食塩水をつくりたい。
18%の食塩水は何ｇ必要か。

※　ａ：ｂ＝ｃ：ｄのとき，
　　ａ×ｄ＝ｂ×ｃとなります。
例　30：20＝３：２
　　30×２＝20×３

Copywrite
遊学社　長山　訓

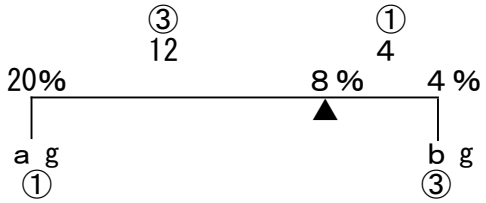
問題 SU3112-2 の解答

①数式 i

$$
\begin{array}{rrcrcl}
 & (600g - b\,g) & \times & 0.20 & = & 120 - 0.20\,b \\
+) & b\,g & \times & 0.04 & = & 0.04\,b \\
\hline
 & 600g & \times & 0.08 & = & 120 - 0.20\,b + 0.04\,b
\end{array}
$$

$120 - 0,20\,b + 0.04\,b = 48$
$-0.16\,b = -72$
$16\,b = 7200$
$2\,b = 900$
$b = 450g$

①天秤図



$a = 600g \times \dfrac{①}{①+③} = 150g$

$b = 600g \times \dfrac{③}{①+③} = 450g$

①数式 ii

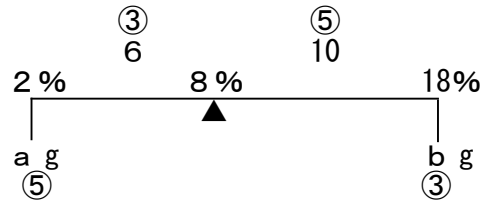
$$
\begin{array}{rrcrl}
 & a\,g + b\,g & = & 600g & ① \\
 & 0.20\,a + 0.04\,b & = & 48g & ② \\
 & 20\,a + 20\,b & = & 12000 & ①\times 20 \\
-) & 20\,a + 4\,b & = & 4800 & ②\times 100 \\
\hline
 & 16\,b & = & 7200 & \\
 & b & = & 450g &
\end{array}
$$

②数式 i

$$
\begin{array}{rrcrcl}
 & (400g - b\,g) & \times & 0.02 & = & 8 - 0.02\,b \\
+) & b\,g & \times & 0.18 & = & 0.18\,b \\
\hline
 & 400g & \times & 0.08 & = & 8 - 0.02\,b + 0.18\,b
\end{array}
$$

$8 - 0.02\,b + 0.18\,b = 32$
$0.16\,b = 24$
$16\,b = 2400$
$2\,b = 300$
$b = 150g$

②天秤図



$a = 400g \times \dfrac{⑤}{⑤+③} = 250g$

$b = 400g \times \dfrac{③}{⑤+③} = 150g$

②数式 ii

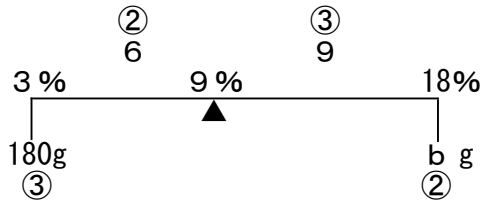
$$
\begin{array}{rrcrl}
 & a\,g + b\,g & = & 400g & ① \\
 & 0.02\,a + 0.18\,b & = & 32g & ② \\
 & 2\,a + 2\,b & = & 800 & ①\times 2 \\
-) & 2\,a + 18\,b & = & 3200 & ②\times 100 \\
\hline
 & -16\,b & = & -2400 & \\
 & b & = & 150g &
\end{array}
$$

③数式 i

$$
\begin{array}{rrcrcl}
 & 180g & \times & 0.03 & = & 5.4\,g \\
+) & b\,g & \times & 0.18 & = & 0.18\,b\,g \\
\hline
 & (180g + b\,g) & \times & 0.09 & = & 5.4 + 0.18\,b
\end{array}
$$

$5.4 + 0.18\,b = 16.2 + 0.09\,b$
$0.09\,b = 10.8$
$9\,b = 1080$
$b = 120g$

③天秤図



$180 : b = ③ : ②$
$3\,b = 180 \times 2 = 360$
$b = 120g$

※③では，混ぜた後の総量が，
当初は示されていないので，
数式 ii はありません。