Copywrite
遊学社　長山　訓

Part-SU4113 ●比の匠の達人技ーその１

「比」というのはお互いの倍率の関係を表すものですが，実はそれは関数と同じことです。
例えば，自動車Ａが時速 80km，自動車Ｂが時速 40km のとき，

Ａの速さ：Ｂの速さ＝ 80：40 ＝２：１　となります。

つまり，ＡがＢの２倍，言い換えるとＢがＡの $\frac{1}{2}$ という関係にあるとき，

それが上記の 80 と 40 であろうが，36 と 18 であろうが，２：１と表すことができます。そして，この関係は，

ａ＝２ｂ　とも，　ｂ＝ $\frac{1}{2}$ ａ　とも表せます。

では，ＡがＢの $\frac{5}{2}$（2.5 倍），ＢがＡの $\frac{2}{5}$（0.4 倍）の関係のとき，比で表すとどうなるでしょうか。
具体的には，例えばＡが時速 50km，Ｂが時速 20km のときに該当しますから，

Ａの速さ：Ｂの速さ＝ 50：20 ＝５：２　となります。

<u>１）時間が同じなら，速さと距離は同比</u>
さて，Ａが時速 80km，Ｂが時速 40km の速さでそれぞれ一定です。ＡとＢが同じ時間走った結果，Ａが 240km 走ったとき，Ｂは何 km 走るでしょうか。

Ａ：　80km/ 時 ×［　　］時間 ＝ 240km　　［　　］＝３時間
Ｂ：　40km/ 時 ×　３時間　＝【　　】km　　【　　】＝ 120km

このとき（同じ時間走るとき），速さの比が２：１（80：40）なら，距離の比もまた２：１（240：120）になることがわかります。

では，次の場合はどうでしょうか。
Ａの速さはＢの速さの２倍で，両者ともそれぞれ一定です。ＡとＢが同じ時間走った結果，Ａが 240km 走ったとすると，Ｂは何 km 走るでしょうか。

さて，今回示されている数字は，速さの比が２：１であること，そしてＡが走った距離が 240km であることだけです。
でも，「同じ時間走る」と記されていますから，速さの比と距離の比は同比になるわけで，Ｂが走る距離をｂ（km）とすると，

Ａ：Ｂ＝ 240km：ｂ（km）＝２：１　　※ ａ：ｂ＝ｃ：ｄのとき
２ｂ＝ 240 ×１　　ｂｃ＝ａｄ
ｂ＝ 120（km）となります。

例１）Ａの速さはＢの速さの 2.5 倍で，両者ともそれぞれ一定です。ＡとＢが同じ時間走った結果，Ａが 80km 走ったとすると，Ｂは何 km 走るか。

2.5 は 1.0 の 2.5 倍ですが，通常，2.5：１のように，小数で比を表すことはしません。小数１位が５の数字は２倍にすると整数になります。そこで，2.5，１ともに２倍にして，５：２と表現します。

Ａ：Ｂ＝ 80km：ｂ（km）＝５：２
５ｂ＝ 80 ×２＝ 160
ｂ＝ 32（km）となります（80 ＝ 32×2.5）。

Copywrite
遊学社　長山　訓

２）距離が同じなら，速さと時間は逆比

Ａが時速 80km，Ｂが時速 40km の速さでそれぞれ一定です。Ａが３時間かけて走った距離を，Ｂは何時間かけて走るでしょうか。

Ａ：　80km/ 時 ×　３時間　＝　240km

Ｂ：　40km/ 時 ×［　］時間 ＝　240km　［　］＝６時間

このとき（同じ距離を走るとき），速さの比が２：１（80：40）なら，時間の比は逆の１：２（３：６）になることがわかります。

では，Ａの速さはＢの速さの２倍で，両者ともそれぞれ一定です。ＡとＢが同じ距離を走った結果，Ａが３時間かかったとすると，Ｂは何時間かかったでしょうか。

さて，今回示されている数字は，速さの比が２：１であること，そしてＡが走った時間が３時間であることだけです。

でも，「同じ距離を走る」と記されていますから，時間の比は速さの比の逆比（１：２）になるわけで，Ｂが走った時間をｂ（時間）とすると，

Ａ：Ｂ＝３時間：ｂ（時間）１：２
ｂ＝３×２
ｂ＝６（時間）となります。

例２）Ａの速さはＢの速さの 2.5 倍で，両者ともそれぞれ一定です。ＡとＢが同じ距離を走った結果，Ａが２時間かかったとすると，Ｂは何時間かかったか。

速さの比は５：２ですから，同じ距離を走るときの時間の比は，その逆比の２：５となります。
つまり，所要時間は，ＢのほうがＡの 2.5 倍となります。
よって，Ｂの所要時間をｂ（時間）とすると，

Ａ：Ｂ＝２時間：ｂ（時間）＝２：５
２ｂ＝２×５＝10
ｂ＝５（時間）となります（５時間＝２時間 ×2.5）。

例３）Ａの速さは時速 72km，Ｂの速さは時速 48km で，それぞれ一定です。ＡとＢが同じ距離を走った結果，Ａが１時間 40 分かかったとすると，Ｂは何時間何分かかったか。

Ａ：72km/ 時 × $\frac{5}{3}$ 時間　＝　120km

Ｂ：48km/ 時 ×［　］時間　＝　120km

［　］＝ $\frac{120}{48}$ ＝ $\frac{5}{2}$ 時間 ＝ ２時間 30 分

上記では，（速さ×時間＝距離）の数式でアプローチしたのですが，実は比を使って解くこともできます。

速さの比は　Ａ：Ｂ＝ 72：48 ＝３：２
時間の比は　Ａ：Ｂ＝２：３

よって，Ｂの所要時間をｂ（分）とすると，
Ａ：Ｂ＝ 100 分：ｂ（分）＝２：３
２ｂ＝ 100 ×３＝ 300　　ｂ＝ 150 分＝２時間 30 分

このように比でアプローチすれば，１時間 40 分を $\frac{5}{3}$ 時間と表現するとか，時速 72km や時速 48km を分速で表現する，といった作業をすることなく解くことができますから，積極的に利用しましょう。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-4113-1　　すべて，比でアプローチしましょう。

① Ａの速さは分速 240 m，Ｂの速さは分速 160 mで，それぞれ一定である。ＡとＢが同じ時間走った結果，Ａが６km 走ったとすると，Ｂは何 km 走ったか。

② 同一地点をＡ，Ｂの２人が同時にスタートした。Ａがスタート地点から 240 mの地点を通過したとき，Ｂは 150 mの地点を通過した。では，Ａがスタート地点から 400 mの地点を通過したとき，Ｂは何m地点をを通過するか。なお，２人の速さはそれぞれ一定とする。

③ Ａの速さは時速 60km，Ｂの速さは時速 50km で，それぞれ一定である。ＡとＢが同じ距離を走った結果，Ａが２時間 45 分かかったとすると，Ｂは何時間何分かかったか。

④ ある日，ＡとＢが同じ距離を走った結果，所要時間はＡが１時間，Ｂが２時間 30 分であった。後日，Ａは前回と同じ速さで，Ｂは前回の２倍の速さで，２人が同じ距離を走った結果，所要時間はＢが３時間であった。このときＡの所要時間は何時間何分か。なお，２人の速さは，両日とも，それぞれ一定とする。ただし，ある日の距離と後日の距離は同じではない。

⑤ Ａ，Ｂの２人が，400 m徒競走をした。スタートは同時であり，Ａがスタート地点から 240 mの地点を通過したとき，Ｂは 150 mの地点を通過した。Ａのゴールまでの所要時間が 75 秒であったとすると，Ｂのゴールまでの所要時間は何秒か。なお，２人の速さはそれぞれ一定である。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-4113-1 の解答

① 速さの比は　Ａ：Ｂ＝240ｍ／分：160ｍ／分＝24：16＝３：２
距離の比は　Ａ：Ｂ＝６km：[　　] km
時間が同じなので，上記２つは同比となります。
６：[　　]　＝３：２
３×[　　]　＝６×２12
[　　]　＝４（km）

② 時間が同じなので，速さの比と距離の比は同比となります。
同じ時間での距離比＝速さの比＝240ｍ：150ｍ＝24：15＝８：５
同じ時間での距離比＝速さの比＝400ｍ：[　　]ｍ＝８：５
８×[　　]＝2000
[　　]＝250（ｍ）

③ 速さの比は　Ａ：Ｂ＝60km/時：50km/時＝６：５
時間の比は　Ａ：Ｂ＝165秒：[　　]秒
距離が同じなので，上記２つは逆比となります。
165：[　　]　＝５：６
５×[　　]　＝165×６＝990
[　　]　＝198（秒）＝３分18秒

④ ある日も，後日も，それぞれ２人は同じ距離を走っているので，
速さの比と時間の比が逆比となります。
ある日の時間の比は　Ａ：Ｂ＝60分：150分＝２：５
ある日の速さの比は　Ａ：Ｂ＝５：２
後日，Ｂは上記の２倍の速さなので，
後日の速さの比は　Ａ：Ｂ＝５：４
後日の時間の比は　Ａ：Ｂ＝４：５＝［Ａの所要時間］：180分
５×[　　]＝４×180＝720
[　　]＝144分＝２時間24分

⑤ 時間が同じなら，速さの比と距離の比は同比となります。
同じ時間の距離比＝速さの比＝Ａ：Ｂ＝240：15ｍ＝８：５　…　◎
距離が同じなら，速さの比と時間の比は逆比となります。
同じ距離の時間比＝Ａ：Ｂ＝75秒：[　　]秒　…　●
●と◎は逆比ですから，　75：[　　]　＝５：８
５×[　　]　＝75×８＝600
[　　]　＝120（秒）

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-4113-2　　すべて比でアプローチしましょう。なお，ここでの問題はいずれも，距離が同じため，速さの比と時間の比は逆比となります。

①　同じ川の上流のＰ地点と下流のＱ地点の間を，船が往復する。
船の静水上の速さは時速 24km，川の流れの速さは時速８km であり，それぞれ一定である。
船がＰ地点からＱ地点まで下るのに 16 分かかったとすると，Ｑ地点からＰ地点まで上るのに何分かかるか。

②　同じ川の上流のＰ地点と下流のＱ地点の間を，船が往復する。
船の静水上の速さ，川の流れの速さとも，それぞれ一定であり，川の流れの速さは時速６km である。
船がＰ地点からＱ地点まで下るのに 20 分かかり，Ｑ地点からＰ地点まで上るのに 50 分かかったとすると，川の流れの速さはいくらか。

③　Ｐ地点とＱ地点は，いずれも同じ長い直線道路上にある。
Ａさんは Ｐ地点から，Ｂさんは Ｑ地点から走り始める。
速さは，Ａさんが時速 30km，Ｂさん時速６km で，それぞれ一定である。
２人が同時に逆方向に走ると，スタートの 12 分後にすれ違うとすると，２人が同時に同じ方向に走ったとき，ＡさんがＢさんを追い越すのは出発の何分後か。

④　Ｐ地点とＱ地点は，いずれも同じ長い直線道路上にある。
Ａさんは Ｐ地点から走り始め，Ｂさんは Ｑ地点から歩き始める。
Ａさん，Ｂさんとも，速さはそれぞ一定であり，Ａさんの速さは分速 210 ｍである。
２人が同時に逆方向に走るとスタートの１分 40 秒後に出会い，同時に同じ方向に走るとスタートの２分 30 秒後にＡさんがＢさんに追いつくとすると，Ｂさんの速さは分速何ｍか。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-4113-2 の解答

①　下りの速さ＝24 ＋８＝32km/ 時
上りの速さ＝24 －８＝16km/ 時

Ｐ～Ｑ間の往復ですから，往路も復路も同じ距離です。
距離が同じなら，速さの比と時間の比は逆比となります。

速さの比は　下り：上り ＝32km/ 時：16km/ 時　＝　２：１

時間の比は　下り：上り ＝16 分：[　　] 分　＝　１：２

[　　] は 16 の２倍の 32（分）となります。

②　船の速さをａ（km/ 時）とすると，

速さの比は　下り：上り＝（ａ＋６）:（ａ－６）

時間の比は　下り：上り＝20 分：50 分＝２：５

上記２つは逆比なので，　（ａ＋６）:（ａ－６）＝５：２
５ａ－30 ＝２ａ＋12
３ａ＝42
ａ＝14(km/) 時

③　すれ違いの速さ＝30 ＋６＝36（km/ 時）
追い越しの速さ＝30 －６＝24（km/ 時）

はじめの間隔は，すれ違いのときも，追い越しのときもＰ～Ｑ間距離であり，距離が同じなら，速さの比と時間の比は逆比となります。

速さの比は　すれ違い：追い越し＝36km/ 時：24km/ 時＝３：２

時間の比は　すれ違い：追い越し＝12 分：[　　] 分

上記２つは逆比なので，　12：[　　] ＝２：３
２×[　　] ＝36
[　　] ＝18（分）

④　Ｂさんの速さをｂ（ｍ／分）とすると，

速さの比は　出会い：追いつき＝（210 ＋ｂ）:（210 －ｂ）

時間の比は　出会い：追いつき＝100 秒：250 秒＝２：５

上記２つは逆比なので，　（210 ＋ｂ）:（210 －ｂ）＝５：２
２ｂ＋420 ＝1050 －５ｂ
７ｂ＝630
ｂ＝90（ｍ／分）