Copywrite
遊学社　長山　訓

Part-SU4115 ●周回コースの出会いと追いつき－１

ここでも，２つのジャンルを紹介します。１つは，ＡさんとＢさんの２人が，陸上競技場やグラウンドのような周回コース上の同一地点から同時にスタートする問題です。そして，もう１つは，時計の長針と短針の関係をとらえる問題です。

１）２人が周回コースの同一地点から同時にスタート

この場合，はじめの２人の間隔は，コース１周の距離となります。
周回コースを見ていただく前に，Part-SU4111 で取り上げた直線コースの場合を再確認してみましょう。

同じ道路上のＰ地点とＱ地点は 600 m離れています。
ＡさんはＰ地点，ＢさんはＱ地点から同時にスタートします。速さは
Ａさんが分速 200 m，Ｂさんが分速 100 mで，それぞれ一定です。

ｉ）　ＡさんとＢさんが出会うまで　　→　速さの和
（200 ＋ 100）×２分＝はじめの間隔 600 m　　（２分後に出会う）

ⅱ）　ＡさんがＢさんに追いつくまで　　→　速さの差
（200 － 100）×６分＝はじめの間隔 600 m　　（６分後に追いつく）

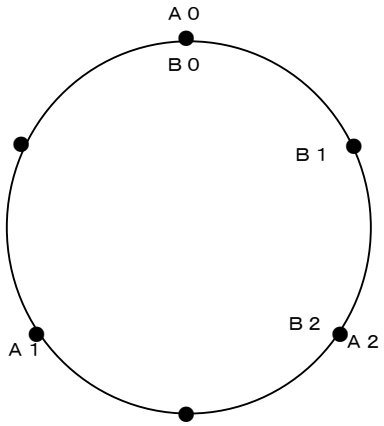
さて，上記のＰからＱまでを，長さが 600 mのひもだと思ってください。そして，このひもを両端のＰとＱをくっつけて，円をつくることをイメージしてみてください。そうすると，スタート時のＡとＢの２人は，１周 600 m の周回コースの同一地点上にいることになります。この状態で２人が同時にスタートすると，出会うまでは上記ｉと，追いつくまでは上記ⅱと同じ数式になります。

ｉ）　ＡさんとＢさんが出会うまで　　→　速さの和
（200 ＋ 100）×２分＝はじめの間隔 600 m（コース１周の距離）

ⅱ）　ＡさんがＢさんに追いつくまで　　→　速さの差
（200 － 100）×６分＝はじめの間隔 600 m（コース１周の距離）

なお，同一地点（Ａ０，Ｂ０）スタートですから，見た目のはじめの間隔は０mなのですが，計算上はコース１周の距離となることにご注意ください。

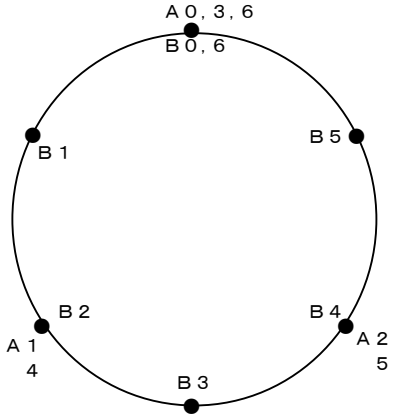
右図は，１周 600 mの周回コースの同一地点を，ＡさんとＢさんが同時にスタートする様子を示しています。
Ａ０は，スタートの０分後の，
Ａ１は，スタートの１分後の，
Ａ２は，スタートの２分後の，
それぞれＡの位置を表しています。
Ａさんは反時計回り（左回り），
Ｂさんは時計回り（右回り）です。



２人はスタートの２分後に初めて出会うのですが，最初の出会いは，２人の移動距離の和（Ａ 400 m＋Ｂ 200 m）が，コース１周の距離（600 m）と一致するときとなります。

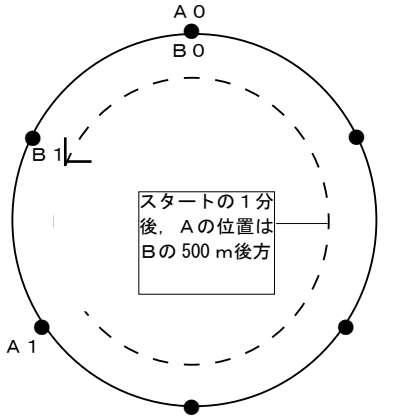
Copywrite
遊学社　長山　訓

右図は，１周 600 ｍの周回コースの同一地点を，ＡとＢが同時にスタートする様子を示しています。
ただし今度は，Ａ，Ｂともに反時計回り（左回り）です。



ＡがＢに初めて並ぶ（追いつく）のはスタートの６分後ですが，これは２人の移動距離の差（Ａ 1200 ｍ－Ｂ 600 ｍ）が，コース１周の距離（600 ｍ）と一致するときとなります。

このことは，実際には２人は同一地点スタートなのですが，計算上は，
「Ａのスタート地点は，Ｂのスタート地点の 600 ｍ（ちょうど１周）後方である」と見ることを意味します。



そうすると，例えば，スタートの１分後のＡの位置は，実際はＢの 100 ｍ前方なのですが，計算上はＢの 500 ｍ後方にいることになります。同様に，スタートの２分後のＡの位置は，実際はＢの 200 ｍ前方ですが，計算上はＢの 400 ｍ後方にいることになります。さらに，
３分後　ＡはＢの 300 ｍ後方
４分後　ＡはＢの 200 ｍ後方
５分後　ＡはＢの 100 ｍ後方
６分後　ＡはＢに追いつく
と展開することになります。

ちなみに，このタイプの問題（周回コースの追いつき）の多くは，上記の例と同様，スタート地点で追いつくことが多いです。

しかし，だからと言って，追いつきは必ずスタート地点で起こると決めつけてはいけません。どこで追いつくかは，２人の速さの比で決まります。

例えば，ＡとＢの速さの比が８：５の場合，
Ａが８ｎ（周）するのと同じ時間で，
Ｂは５ｎ（周）することになりますから，
最初の追いつきは，

８ｎ（周）－５ｎ（周）＝１周　のときで，

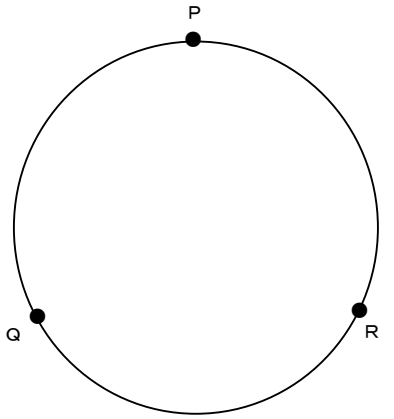
３ｎ（周）＝１周

$n = \frac{1}{3}$ 周

Ａが $8 \times \frac{1}{3}$ 周 $= \frac{8}{3}$ 周 ＝２周＋ $\frac{2}{3}$ 周

Ｂが $5 \times \frac{1}{3}$ 周 $= \frac{5}{3}$ 周 ＝１周＋ $\frac{2}{3}$ 周

したときとなります。



Ａ，Ｂ人とも，Ｐ地点を同時にスタートし，反時計（左）回りでそれぞれ一定の速さで移動すると，ＡがＢに初めて追いつく（ＡがＢを周回遅れにする）のは，Ｒ地点となります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

２）時計の長針と短針の関係

時計算と呼ばれます。登場人物は,現時点では「長針」と「短針」の２人で,「秒針」が登場したことはありません。

必要となる知識として，距離や速さの表し方があります。時計の針の場合,当然，時速○ km とか，分速□ｍといった表現はできないので，時速○°とか,分速□°のように表すことになります。

●長針の速さ
長針は，１時間で１周しますから，時速 360°，分速６°となります。

●短針の速さ
短針は，例えば午前９時と午後９時で同じ位置となります。
つまり，12 時間で 360°ですから，時速 30°，分速 0.5°となります。

ｉ）同一地点，同時スタートで，長針が短針に追いつく問題

例えば,「いま正午で時計の長針と短針は重なっています。次に再び,長針と短針が重なるのは午後１時何分になるでしょうか」という問題が出題されたことがあります。

この場合，例えば,「Ａの速さは分速６km，Ｂの速さは分速 0.5km で,１周 360km の周回コースの同一地点から同時に，同じ方向にスタートするとき，Ａが初めてＢに追いつくのはスタートの何分後でしょうか」というのと同じ構造です。したがって,

（６°－0.5°）×［　　］分＝はじめの間隔 360°（コース１周）

5.5 ×［　　］＝ 360

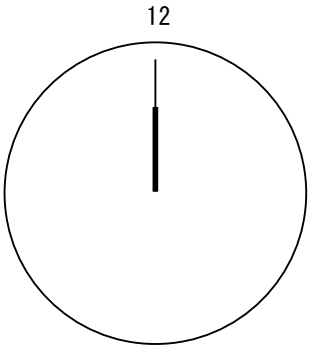
$$[\quad\quad] = \frac{360}{5.5} = \frac{720}{11} = 65\text{分} + \frac{5}{11}\text{分後}$$ となります。

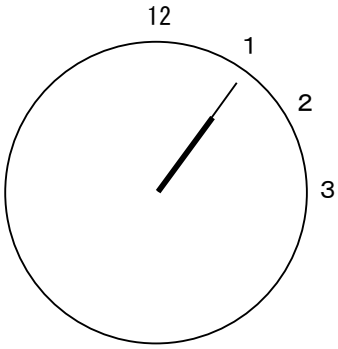
※ 720 ÷ 11 ＝ 65 あまり５（11 が分母，５が分子）

このように時計算の問題では，計算結果で必ず分数の時間が登場することになります。ちなみに，少数派ではありますが,「65 分＋約 27 秒」といった秒単位が混じった選択肢になっていることもあります。その場合は,

$$60\text{秒} \times \frac{5}{11} = \frac{300}{11} \qquad 300 \div 11 = 27.272727\cdots\cdots$$

という計算を行うことになり，正午の次に長針と短針が重なるのは午後１時５分 27 秒ということになります。





Copywrite
遊学社　長山　訓

ⅱ）その他のタイプ

ＳＰＩや公務員初級試験では，時計算の出題は少数です。まして，前ページの（ⅰ）のタイプ以外の問題がＳＰＩや初級試験で出題される可能性は低いのですが，１つだけ紹介しましょう。

それは，例えば，「いま，時刻は３時ちょうどで，長針と短針が成す角度のうち，小さいほうは 90°である。長針と短針が成す角度が次に再び 90°となるのは何分後か」といった問題です。

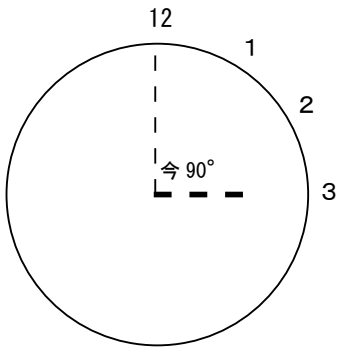
仮に，短針が止まっていれば，次に 90°を成すのは３時 30 分です。しかし，実際には短針も「３」の位置から「４」の位置に向かって回っていますから，３時 33 分ころと推定されます。
ただ，この推定（３時 33 分ころ）は，選択肢を見れば判断可能ですから，自ら推定する必要はないでしょう。

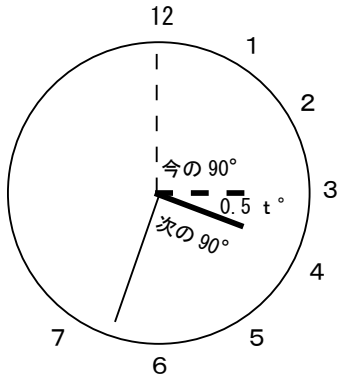
手順は，次のようになります。

①求める時刻を３時ｔ分とします。

②３時～３時ｔ分までの，ｔ分間での長針の回転角度は，
　　６°×ｔ分　＝６ｔ°

③３時～３時ｔ分までの，ｔ分間での短針の回転角度は，
　　0.5°×ｔ分＝0.5ｔ°





④右上の図より，

長針　今の　　短針　　次の
６ｔ＝90°＋ 0.5ｔ ＋ 90°　となることがわかります。

６ｔ－0.5ｔ＝180

5.5ｔ＝180

11ｔ＝360

$$t = \frac{360}{11} = 32\text{分} + \frac{8}{11}\text{分}$$

※ 360 ÷ <u>11</u> ＝ 32 あまり<u>８</u>（<u>11</u> が分母，<u>８</u>が分子）

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-4115　　速さはすべて一定とします。

① ある池の周囲には遊歩道がある。いま，この遊歩道上の同一地点から，Ａ，Ｂともに同じ方向に，同時にスタートした。
Ａの速さは分速 120 ｍ，Ｂの速さは分速 80 ｍで，初めてＡがＢに追いついたのがスタートの１時間 15 分後であったとすると，この遊歩道は１周何ｍか。

② ある池の周囲の遊歩道は１周 2400 ｍである。いま，この遊歩道上の同一地点から，ＡとＢの２人が互いに逆方向に，同時にスタートしたところ，スタートの６分 40 秒後に２人は初めて出会った。
Ｂの速さが分速 210 ｍとすると，Ａの速さは分速何ｍか。

③ ある池の周囲の遊歩道は１周 2025 ｍである。いま，この遊歩道上の同一地点から，Ａ，Ｂともに同じ方向に，同時にスタートした。
Ａの速さは分速 123 ｍ，Ｂの速さは秒速 2.5 ｍであったとすると，初めてＢがＡに追いつくのはスタートの何時間何分後か。

④ １周 500 ｍの円形の陸上競技場がある。いま，ＡとＢが互いに半周離れた位置から，逆方向に同時にスタートしたところ，スタートの 50 秒後に初めて２人は出会った。では，同じ方向に走った場合，初めてＡがＢに追いつくのは，スタートの何分何秒後か。
なお，Ａの速さは分速 180 ｍである。

⑤ いま，時刻は４時ちょうどで，長針と短針が成す 角度のうち，小さいほうは 120°である。長針と短針が成す角度が次に再び 120°となるのは何分後か。

※⑤はＳＰＩのレベルを超えています。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-4115 の解答

① １時間 15 分 ＝ 75 分
(120 － 80) × 75 分 ＝ 3000 m

② 210 m / 分 ＝ 3.5 m / 秒
６分 40 秒 ＝ 400 秒
Ａの速さをａ（m / 秒）とすると，
（ａ＋3.5）× 400 秒 ＝ 2400 m
ａ＋3.5 ＝ ６　　ａ ＝ 2.5 m / 秒 ＝ 150 m / 分

③ 2.5 m / 秒 ＝ 150 m / 分
(150 － 123) × [　　] 分 ＝ 2025 m
[　　] ＝ 75 分＝１時間 15 分

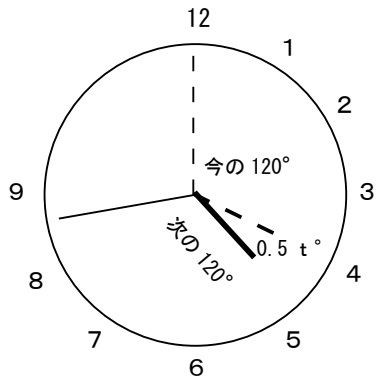
④ 180 m / 分 ＝ ３m / 秒
Ｂの速さをｂ（m / 秒）とすると，
（３＋ｂ）× 50 秒 ＝ はじめの間隔 250 m（500 mの半分）
ｂ ＝ ２m（秒）
（３－２）× [　　] 秒 ＝ 250 m
[　　] ＝ 250 秒 ＝ ６分 10 秒

⑤ 求める時刻を４時ｔ分とします。
４時～４時ｔ分までの，ｔ分間での長針の回転角度は，
６°×ｔ分 ＝６ｔ°
４時～４時ｔ分までの，ｔ分間での短針の回転角度は，
0.5°×ｔ分＝0.5 ｔ°

図より，

長針　今の　短針　次の
６ｔ＝120°＋ 0.5 ｔ ＋120°

となることがわかります。

６ｔ－0.5 ｔ＝240
5.5 ｔ＝240
11 ｔ＝480
ｔ ＝ $\frac{480}{11}$ ＝ 43 分 ＋ $\frac{7}{11}$ 分

※ 480 ÷ 11 ＝ 43 あまり 7（11 が分母，7 が分子）