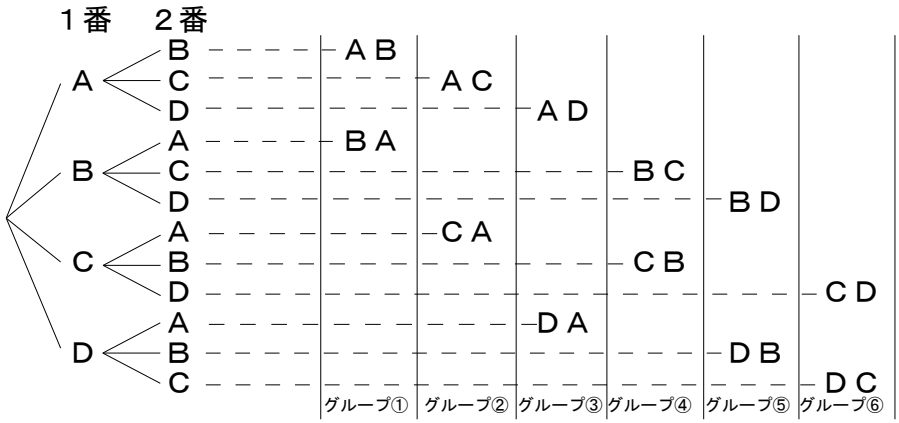
Copywrite
遊学社　長山　訓

Part-SU5111 ●順序違いを区別するのかしないのか -1

「順列」とは，同じメンバー構成であっても，順序が違えば異なる並べ方として捉えるもので，「ＡＢＣ」と「ＢＣＡ」は別物となります。
これに対して「組合せ」は，順序違いは問わず，メンバー構成の違いだけで区別するもので，「ＡＢＣ」と「ＡＢＤ」は別物となりますが，「ＡＢＣ」と「ＢＣＡ」は同じものとみなすことになります。

例えば，Ａ～Ｄの４人から２人選んで，順序を決めて１列に並べる場合，12 通りの並べ方があるとするのが順列です。



これに対して，例えばグループ①の「ＡＢ」と「ＢＡ」のように，順序は違うけどメンバー構成が同じだから区別しないというのが組合せで，順列の 12 通りの中に，順序違いの同一メンバー構成が２通りずつ６組存在することから，組合せでは６通り（６グループ）となります。

これを数式で表すと，下記のようになります。「Ｐ」は順列を意味する permutation，「Ｃ」は組合せを意味する combination の頭文字です。
通常の順列や組合せでは，誰か１人が選択されると，その人が再登場することは認められないので，かけ算に登場する数字は１ずつ減少します。

４人から　２人

$$ {}_{4}\mathrm{P}_{2} = 4 \times 3 = 12 \text{通り} $$

４から始まる　２個のかけ算　２個

４人から　２人　２個

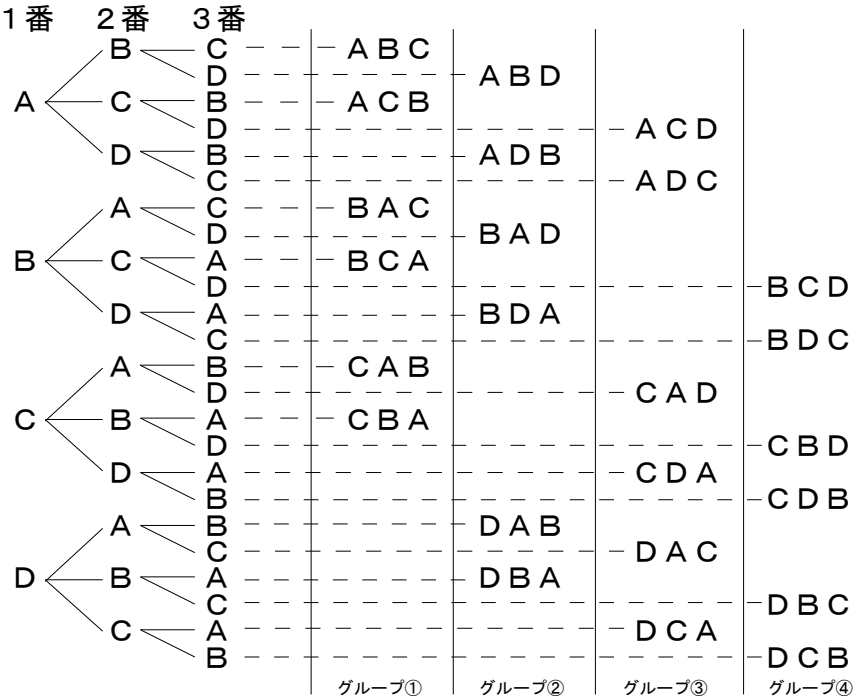
$$ {}_{4}\mathrm{C}_{2} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = \frac{12}{2} = 6 \text{通り} $$

分子は４から始まる　分母は２から始まる　２個

分子，分母とも２個のかけ算

Copywrite
遊学社　長山　訓

では次に，Ａ～Ｄの４人から３人選ぶ場合における，
順列（順序を決めて１列に並べる場合）　→　24 通り
組合せ（順序は問わない場合）　　→　４通り　を見てみます。



順列では 24 通りですが，まったく同じ３人のメンバー構成が６通り（３×２×１）ずつ含まれることから，組合せでは４通り（４グループ）となります。

４人から　３人

$${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$$ 通り

４から始まる　３個のかけ算　　３個

４人から　３人　　３個

$${}_4C_3 = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = \frac{24}{6} = 4$$ 通り

分子は４から始まる　　分母は３から始まる　　３個

分子，分母とも３個のかけ算

※次の公式だけは覚えましょう！

$${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$$

$${}_4C_3 = {}_4C_{4-3} = {}_4C_1$$

選ぶ３人　　残される１人

① Ａ，Ｂ，Ｃ－－－－－Ｄ
② Ａ，Ｂ，Ｄ－－－－－Ｃ
③ Ａ，Ｃ，Ｄ－－－－－Ｂ
④ Ｂ，Ｃ，Ｄ－－－－－Ａ

※公式の考え方

４人のうち３人選ぶということは，４人のうち１人選ばない（外す）ということなので，３人選ぶのが４通りなら，１人だけ残すのも４通りですね。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-5111

①　Ａ，Ｂ，Ｃの３人すべてを１列に並べる並べ方は何通りか。

②　３枚のカードがあり，それぞれ１，２，３のうち異なる数字が１つだけ記されている。これら３枚を横１列に並べてつくることのできる３桁の数字は何通りあるか。

③　Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの４人がいて，４人すべてを選ぶ選び方は何通りか。

④　Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの４人がいて，１人も選ばない選び方は何通りか。

⑤　次の組合せの値を求めなさい。

${}_5C_3$ ＝

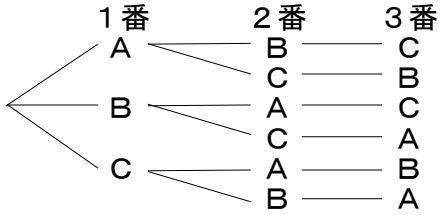
${}_6C_4$ ＝

${}_6C_3$ ＝

Copywrite
遊学社　長山　訓

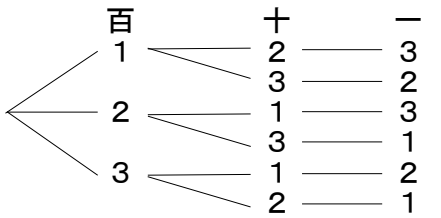
問題 SU-5111 の解答

①　異なる３人を，順序を決めて１列に並べる順列ですから，
３から始まる３個のかけ算となります。${}_3P_3$＝３× ２× １＝６通り。
ちなみに，ｎ人（ｎ個）すべてを１列に並べる順列の場合，「ｎ！」
と表すことができます。
ここでは３人すべてですから，「３！」と表すことができます。



１番	２番	３番
A	B	C
A	C	B
B	A	C
B	C	A
C	A	B
C	B	A

②　上記①と同じ６通り。



百	十	一
1	2	3
1	3	2
2	1	3
2	3	1
3	1	2
3	2	1

③　４人いて，４人すべてを選ぶのであり，順序は問われていませんから，
１通りに決まっていますね。
誰を選ぶとか，誰を外すという議論の余地がないのですから。

$${}_4C_4 = \frac{4\times3\times2\times1}{4\times3\times2\times1} = 1 \text{（通り）}$$

④　４人いて，１人も選ばないのですから，これまた議論の余地はなく，
１通りとなります。なお，この問いに対しては，「０通り」と考える
方も見受けられますが，正しくは「１通り」です。

$${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$$

$${}_4C_0 = {}_4C_{4-0} = {}_4C_4 = 1 \text{（通り）}$$

⑤

$${}_5C_3 = \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 10 \text{ 通り}$$

$${}_5C_3 = {}_5C_{5-3} = {}_5C_2 = \frac{5\times4}{2\times1} = 10 \text{ 通り}$$

$${}_6C_4 = \frac{6\times5\times4\times3}{4\times3\times2\times1} = 15 \text{ 通り}$$

$${}_6C_4 = {}_6C_{6-4} = {}_6C_2 = \frac{6\times5}{2\times1} = 15 \text{ 通り}$$

$${}_6C_3 = \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} = 20 \text{ 通り}$$