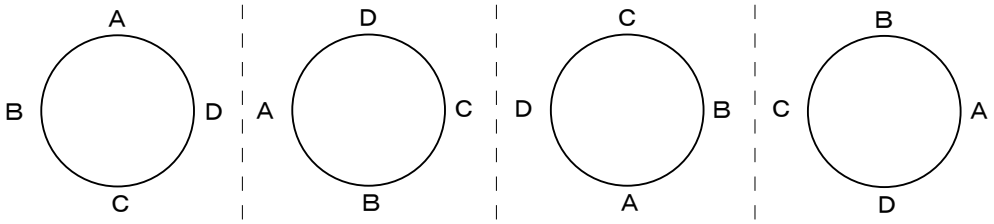
Copywrite
遊学社　長山　訓

Part-SU5114 ●周回均等間隔の円順列と数珠順列 -1

読んで字の如く，同心円周上に均等間隔に配置したものの配列パターンを考えるジャンルです。
回転して同じ配列になるなら区別不可とする「円順列」，回転して同じ配列になる場合に加えて，裏返して同じ配列になる場合もまた区別不可とするのが「数珠（じゅず）順列」です。

１）円順列

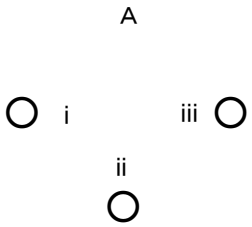
例えば，次の４つの図は，いずれもＡからスタートして左回りで見たとき，「Ａ→Ｂ→Ｃ→Ｄ」の順となっており，「円順列」の世界では同じ配列とみなすことになります。
つまり，相対的な位置関係（例えば，Ａの右隣がＢとか，Ｄの右隣がＡといった関係）に変化が生じない場合，「円順列」の世界では区別しない（同じ配列とみなす）ことになっているのです。



そこで，円順列においては，誰か１人だけをどこか１か所に固定することにします。固定対象は誰でもかまいませんし，固定する位置も自由です。

例えば，Ａの位置を次図のように固定すれば，あとは残ったｉ，ⅱ，ⅲの３つの席に，残ったＢ，Ｃ，Ｄの３人をどのように配置するかということになり，４人の円順列の並べ方の総数は，

$$３！＝{}_{3}P_{3}＝３×２×１＝６$$（通り）となります。



	i	ii	iii
①	B	C	D
②	B	D	C
③	C	B	D
④	C	D	B
⑤	D	B	C
⑥	D	C	B

一般に，ｎ人（ｎ個）の円順列の並べ方の総数は，

$$（ｎ－１）！＝ {}_{n-1}P_{n-1}$$ で求められます。

Copywrite
遊学社　長山　訓

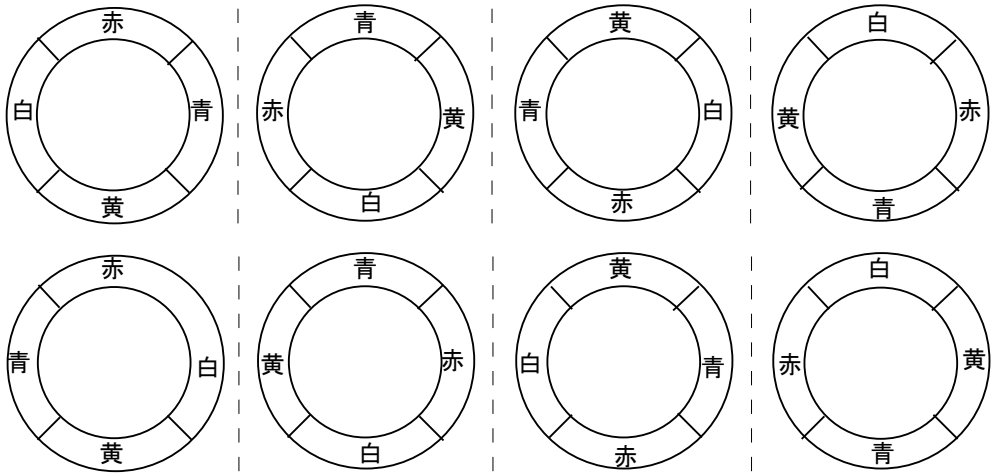
２）数珠（じゅず）順列

今度は，裏返しにして同じ配置になる場合も区別不可（同じ配列）と捉える「数珠順列」の世界です。したがって，元々，どっちが表でどっちが裏かの定めがない（表裏の区別ができない）ようなものが対象となります。

そもそも，円形のテーブルの周囲の座席に着席した４人を裏返すと，テーブルや椅子は逆さまになり，人間もまた逆立ちすることになってしまいから，数珠順列の対象にはなりません。

そこで，ここでは，４色（赤，白，黄，青）の同形同大のビーズ１個ずつを，紐（ひも）でつないで丸めてつくったブレスレットを考えてみます。

上段の４つ，下段の４つはそれぞれ回転させると同じ配置になるので区別不可です。また，真上のものを（左右が入れ替わるように）裏返すと真下にあるものとなるので，これら８つはすべて同じ配列とみなすことになります。

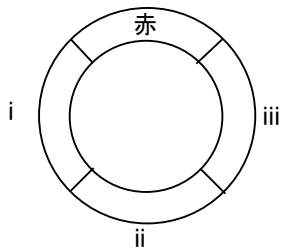


そこで，数珠順列においても，どれか１個だけをどこか１か所に固定します。固定対象はどの色でもかまいませんし，固定する位置も自由です。

例えば，赤の位置を次図のように固定すれば，あとは残ったｉ，ⅱ，ⅲの３つの場所に，残った白，黄，青の３色をどのように配置するかということになりますが，①と⑥，②と④，③と⑤は互いに裏返しとなっています。

したがって。４個の数珠順列の並べ方の総数は，

$$\frac{3!\ ({}_3P_3)}{2} = \frac{3\times2\times1}{2} = 3\text{（通り）}$$ となります。



	i	ii	iii	
①	白	黄	青	
②	白	青	黄	
③	黄	白	青	
④	黄	青	白	②と同じ
⑤	青	白	黄	③と同じ
⑥	青	黄	白	①と同じ

一般に，ｎ個の数珠順列の並べ方の総数は，

$$\frac{(n-1)!}{2} = \frac{{}_{n-1}P_{n-1}}{2}$$ で求められます。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-5114

① Ａ～Ｅの５人が，円卓の周りに均等間隔に置かれた５つの椅子に着席するとき，着席のしかたは何通りあるか。ただし，回転して同じ配列になる場合は区別不可とする。

② 同形同大の５色（赤，白，黄，青，緑）のビーズが１個ずつある。
これら５個を，紐でつないで丸めてブレスレットをつくるとき，色の配置は何通りあるか。
ただし，回転して同じになる配置，および裏返して同じになる配置は区別不可とする。

③ Ａ～Ｆの６人が，円卓の周りに均等間隔に置かれた６つの椅子に着席するとき，着席のしかたは何通りあるか。ただし，ＡとＢの２人は必ず隣同士に着席するものとする。また，回転して同じ配列になる場合は区別不可とする。

④ 同形同大の６色（赤，白，黄，青，緑，桃）のビーズが１個ずつある。
これら６個を，紐でつないで丸めてブレスレットをつくるとき，色の配置は何通りあるか。
ただし，赤と黄は必ず連続して配置するものとする。また，回転あるいは裏返して同じになる配置は区別不可とする。

※④は難解で，
SPI のレベルを超えています。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-5114 の解答

①　５人の円順列ですから，

$(5-1)! = {}_{5-1}P_{5-1} = {}_4P_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$（通り）

②　５個の数珠順列ですから，

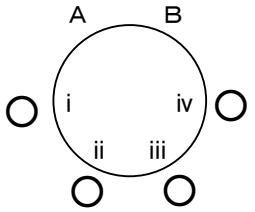
$\dfrac{(5-1)!}{2} = \dfrac{{}_{5-1}P_{5-1}}{2} = \dfrac{{}_4P_4}{2} = \dfrac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = 12$（通り）

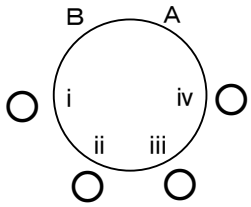
③　必ず隣同士に着席するＡとＢを２Ｂ合わせて１人とみなし，トータル５人の円順列と捉えます。
まず，１人扱いとしたＡとＢの位置を固定します。
すると，残るｉ～ⅳの４席に，残るＣ～Ｆの４人をどのように配置するかを決めることになりますから，

$(5-1)! = {}_{5-1}P_{5-1} = {}_4P_4$
$= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$（通り）

ただし，ＡとＢに関しては，ＡＢ，ＢＡの２通りがありますから，

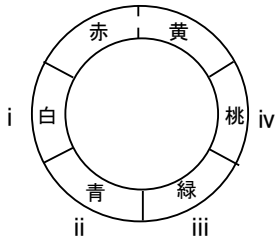
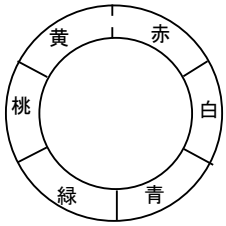
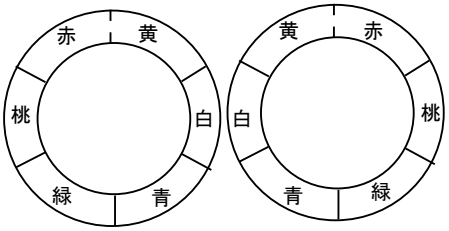
求める並べ方＝ 24 × ２＝ 48（通り）
となります。





④　必ず連続して並べる赤と黄の２つで１つとみなし，トータル５色の数珠順列と捉えます。
まず，１つとみなした赤と黄の位置を固定します。
すると，残るｉ～ⅳの４か所に，残る４色をどのように配置するかを決めることになりますが，例えば，右の２つの図のように，互いに裏返しにすると同じ配置になるものが２通りずつ存在しますから，

$\dfrac{(5-1)!}{2} = \dfrac{{}_{5-1}P_{5-1}}{2} = \dfrac{{}_4P_4}{2}$
$= 12$（通り）

ただし，上の２つの図では，赤の隣が白，黄の隣が桃となっていますが，右の２つの図に示すように，その逆もありますから，求める配置方法は

12 × ２＝ 24（通り）
となります。