Copywrite
遊学社　長山　訓

Part-SU7119 ●約数倍数（初級～上級）の公開問題

問題 SU-7119-1-1（SU-7121-5-1）

　トランプカードのクローバ 13 枚のうち 12 枚を選び，２枚ずつのペアを６組をつくる。同組２枚の数字の公約数ができるだけ多くなるようにするとき，６組合計で何個の公約数ができるか。
　なお，Ace は１，Jack は 11，Queen は 12，King は 13 とする。

1.　10 個
2.　11 個
3.　12 個
4.　13 個
5.　14 個

問題 SU-7119-1-2（SU-7121-5-2）

　トランプカードのハート 13 枚のうち 12 枚を選び，２枚ずつのペアを６組をつくる。同組２枚の数字の公約数ができるだけ多くなるようにするとき，６組合計で何個の公約数ができるか。
　なお，Jack は 11，Queen は 12，King は 13，Ace は 14 とする。

1.　13 個
2.　14 個
3.　15 個
4.　16 個
5.　17 個

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7119-1-1（SU-7121-5-1）

１～13 の 13 個のうち２個で，公約数が最も多いのは「６」と「12」のペアで，公約数は「１，２，３，６，」の４個です。
このように，公約数を多くするためには，互いに約数，倍数の関係にある２数をペアにすることになりますから，

	ペ　ア		公約数	個数
①	６と 12	→	１，２，３，６	４個
②	４と８	→	１，２，４	３個
③	５と 10	→	１，５	２個
④	３と９	→	１，３	２個

この時点でペアとならずに残っている数は，１，２，７，11，13 の５個であり，このうち４個で２つのペアを構成することになりますが，これらはすべて互いに素ですから，どのように組み合わせても，公約数は１しかありません。
例えば，「２」を余して，

	ペ　ア		公約数	個数
⑤	１と７	→	１だけ	１個
⑥	11 と 13	→	１だけ	１個

よって，６組合計で 13 個となります。

「正解 4」となります。

問題 SU-7119-1-2（SU-7121-5-2）

前問では，Ace ＝１でしたが，この問題では Ace ＝ 14 としていますので，ご注意ください。

	ペ　ア		公約数	個数
①	６と 12	→	１，２，３，６	４個
②	４と８	→	１，２，４	３個
③	７と 14	→	１，７	２個
④	５と 10	→	１，５	２個
⑤	３と９	→	１，３	２個

この時点でペアとならずに残っている数は，２，11 および 13 の３個であり，このうち２個で１つのペアを構成することになりますが，これらはすべて互いの素であるため，どのように組み合わせても，公約数は１しかありません。
例えば，「２」を余して，

	ペ　ア		公約数	個数
⑥	11 と 13	→	１だけ	１個

よって，６組合計で 14 個となります。

「正解 2」となります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7119-2-1（SU-7121-7-1）

　生徒総数が 120 人の中学校で生徒総会が行われ，ある議題について，生徒全員の賛否をとったところ，次のア～エのことがわかった。

　ア　生徒総数の 60%以上が賛成した。
　イ　賛成者の男女比は１：２であった。
　ウ　反対者の男女比は３：５であった。
　エ　全員が賛成，または反対のいずれか一方のみの意志表示を行った。

　このとき，賛成者の人数として，可能性のあるものすべてを挙げているのはどれか。

1.　72 人
2.　84 人
3.　96 人
4.　72 人または 96 人
5.　84 人または 96 人

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7119-2-1（SU-7121-7-1）

ア　生徒総数の 60%以上が賛成　→　賛成 72 人以上，反対 48 人以下。

イ　賛成者の男女比は１：２　→　女性の賛成者数は２の倍数
賛成者の総数は　３の倍数

ウ　反対者の男女比は３：５　→　男性の反対者数は３の倍数
女性の反対者数は５の倍数
反対者の総数は　８の倍数

この問題では，男女別の内訳は問われていないので，無視します。

賛成者の総数＝３の倍数＝３ａ≧ 72

反対者の総数＝８の倍数＝８ｂ≧ 48

３ａ＋８ｂ＝ 120

となりますが，これだけでは解けません。とすると，

72 以上の３の倍数　＋　48 以下の８の倍数　＝　120

となるような数字の組合せを探し出すことになるのですが，それなら選択肢を利用したほうが効率的です。

選択肢に示されている賛成者数の候補は 72，84，96 で，いずれも 72 以上の３の倍数ですから，この点だけでは３つともＯＫです。
しかし，それぞれの case において，反対者数が何人になるかを調べると，賛成者 84 人のときの反対者 36 人は８の倍数ではありません。

賛成者	総数は	反対者は
72 人のとき	120 人だから	48 人（48 は８の倍数）
84 人のとき	120 人だから	36 人
96 人のとき	120 人だから	24 人（24 は８の倍数）

したがって，すべての条件を満たす賛成者の総数は，72 人または 96 人となります。

「正解 4」となります。

以下の確認は必要ありません。

	賛成者			反対者			総数 120 人	
	男性	女性	総数	男性	女性	総数	男性	女性
	１：２			３：５				
①	24 人	48 人	72 人	18 人	30 人	48 人	42 人	78 人
	↓	↓		↓	↓			
	72 の 1/3	72 の 2/3		48 の 3/8	48 の 5/8			
②	32 人	64 人	96 人	９人	15 人	24 人	41 人	79 人
	↓	↓		↓	↓			
	96 の 1/3	96 の 2/3		24 の 3/8	24 の 5/8			

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7119-2-2（SU-7121-7-2）

従業員総数が 360 人の会社で，ある議題について，社員全員を対象として賛否をとったところ，次のア～エのことがわかった。

ア　従業員総数の 60%以上，70%以下が賛成した。
イ　賛成者の男女比は４：５であった。
ウ　反対者の男女比は５：７であった。
エ　全員が賛成，または反対のいずれか一方のみの意志表示を行った。

このとき，賛成者の人数として，可能性のあるものすべてを挙げているのはどれか。

1.　216 人
2.　234 人
3.　252 人
4.　216 人または 234 人
5.　216 人または 252 人

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7119-2-2（SU-7121-7-2）

ア　賛成は生徒総数の 60％以上，70％以下 →　賛成は
216 人以上，252 人以下。

イ　賛成者の男女比は４：５　→　男性の賛成者数は４の倍数
女性の賛成者数は５の倍数
賛成者の総数は　９の倍数

ウ　反対者の男女比は５：７　→　男性の反対者数は５の倍数
女性の反対者数は７の倍数
反対者の総数は　12 の倍数

この問題では，男女別の内訳は問われていないので，無視します。

賛成者の総数＝９の倍数　＝９ａ　＝ 216 ～ 252

反対者の総数＝ 12 の倍数＝ 12 ｂ　＝ 144 ～ 108

９ａ＋ 12 ｂ＝ 360

となりますが，これだけでは解けません。とすると，

216 ～ 252 の９の倍数　＋　144 ～ 108 の 12 の倍数　＝　360

となるような数字の組合せを探し出すことになるのですが，それなら選択肢を利用したほうが効率的です。

選択肢に示されている賛成者数の候補は 216，234，252 で，いずれも 216 ～ 252 の９の倍数ですから，この点だけでは３つともＯＫです。
しかし，それぞれの case において，反対者数が何人になるかを調べると，賛成者 234 人のときの反対者 126 人は 12 の倍数ではありません。

賛成者	総数は	反対者は
216 人のとき	360 人だから	144 人（144 は 12 の倍数）
234 人のとき	360 人だから	126 人
252 人のとき	360 人だから	108 人（108 は 12 の倍数）

したがって，すべての条件を満たす賛成者の総数は，216 人または 252 人となります。

「正解 5」となります。

以下の確認は必要ありません。

	賛成者 男性	賛成者 女性	賛成者 総数	反対者 男性	反対者 女性	反対者 総数	総数 360 人 男性	総数 360 人 女性
	４：５			５：７				
①	96	120	216	60	84	144	156	204
	↓	↓		↓	↓			
	216 の 4/9	216 の 5/9		144 の 5/12	144 の 7/12			
②	112	140	252	45	63	108	157	203
	↓	↓		↓	↓			
	252 の 4/9	252 の 5/9		108 の 5/12	144 の 7/12			

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7119-3-1（SU-7122-1-1）

　Ａ，Ｂの２人が同じ日から同じ職場で働き始めた。
　Ａは３日勤務した後３日休むというパターンを，Ｂは４日勤務した後４日休むというパターンを，それぞれ繰り返すとき，360 日間のうちＡ，Ｂともに勤務する日は何日あるか。

1.　60 日
2.　75 日
3.　90 日
4.　105 日
5.　120 日

問題 SU-7119-3-2（SU-7122-1-2）

　Ａ，Ｂの２人が同じ日から同じ職場で働き始めた。
　Ａは４日勤務した後４日休むというパターンを，Ｂは６日勤務した後６日休むというパターンを，それぞれ繰り返すとき，288 日間のうち，Ａ，Ｂのうち少なくとも１人が出勤している日は何日あるか。

1.　192 日
2.　198 日
3.　204 日
4,　210 日
5.　216 日

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7119-3-1（SU-7122-1-1）

Ａは，　○○○×××　　の６日で１サイクル
Ｂは，　○○○○××××　の８日で１サイクルとなります。

トータルが 120 日ですから，Ａは 20 サイクル，Ｂは 15 サイクルで，当然ながらサイクル数が一致しません。

では，どうすべきかというと，Ａ，Ｂ２人にとって共通の，初めてのサイクルエンドが何日目かを知る必要があります。
そして，それは，６と８の最小公倍数である 24 日目となります。

Ａのサイクルエンド　　６日目　12 日目　18 日目　24 日目
Ｂのサイクルエンド　　８日目　16 日目　24 日目

24 日間の２人の状況を並べてみると，次のようになり，２人がそろって○（出勤）するのは，24 日のうち★をつけた６日であることがわかります。

Ａ　○○○×××○○○×××○○○×××○○○ ×××
Ｂ　○○○○××××○○○○××××○○○○ ××××
　　★★★　　★　　★★

２人一緒に見ると 24 日で１サイクルということは，360 日間では 15 サイクルとなります（360 ÷ 24）ですから，２人そろって出勤する日数は，

１サイクルで６日　×　15 サイクル　＝　90（日）　となります。

「正解 3」となります。

問題 SU-7119-3-2（SU-7122-1-2）

Ａにとっての１サイクルは８日　（○○○○× ×××），
Ｂにとっての１サイクルは 12 日（○○○○○○ ××××××）
となりますから，２人にとって共通の，初めてのサイクルエンドは，８と 12 の最小公倍数である 24 日目となります。

Ａのサイクルエンド　　８日目　16 日目　24 日目
Ｂのサイクルエンド　　12 日目　24 日目

24 日間の２人の状況を並べてみると，次のようになります。
問題の要求は「少なくとも１人が出勤している日数」ですが，ここでは逆に，２人とも休み（×）の日に着目しましょう。それは，24 日のうち◆をつけた６日であることがわかります。

Ａ　○○○○××××○○○○××××○○○○ ××××
Ｂ　○○○○○○××××××○○○○○○ ×× ××××
　　◆◆　　◆◆◆◆

２人一緒に見ると 24 日で１サイクルということは，288 日間では 12 サイクルとなりますから，２人そろって休む日数は，

１サイクルで６日　×　12 サイクル　＝　72（日）　となります。

よって，少なくとも１人が出勤している日数は，
288　－　72　＝　216（日）　となります。

「正解 5」となります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7119-4-1（SU-7122-6-1）

　２つの自然数Ａ，Ｂの最大公約数が 32，ＡをＢで除したときの値が 0.8 であるとき，ＡとＢの差はいくらか。

1.　 32
2.　 64
3.　 96
4.　128
5.　160

※ＡをＢで除した
　ときの値が 0.8
　というのは，
　Ａ÷Ｂ＝ 0.8
　ということです。

問題 SU-7119-4-2（SU-7122-6-2）

　２つの自然数Ａ，Ｂの最大公約数が 36，ＡをＢで除したときの値が 0.625 であるとき，ＡとＢの差はいくらか。

1.　 36
2.　 72
3.　108
4.　144
5.　180

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7119-4-1（SU-7122-6-1）

たし算，ひき算，かけ算，わり算をそれぞれ加，減，乗，除といい，その計算結果をそれぞれ和，差，積，商といいます。
たし算を「加」ではなく，「増」だと思っている方が見受けられますが，正しくは「加」です。「増」だと思っている方は「増減」という言葉を連想しているようですが，「手加減する」とか「いい湯加減」というときの「加減」が正しいです。

さて，例えば 18 と 24 の最大公約数は６ですが，このとき，

18 ＝６×３，24 ＝６×４，となり，３と４は互いに素となります。

よって，ＡとＢの最大公約数が 32 ということは，

Ａ＝ 32 ×ｍ，Ｂ＝ 32 ×ｎ，としたとき，ｍとｎは互いに素です。

また，Ａ÷Ｂ＝ 0.8 は，$\frac{A}{B} = \frac{0.8}{1} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$　となり，

このとき，４と５（ｍとｎ）は互いに素です。

以上より，　Ａ＝ 32 ×４＝ 128，Ｂ＝ 32×　５＝ 160，となり，

ＡとＢの差＝ 160 － 128 ＝ 32　となります。

「正解 1」となります。

問題 SU-7119-4-2（SU-7122-6-2）

ＡとＢの最大公約数が 36 ということは，

Ａ＝ 36 ×ｍ，Ｂ＝ 36 ×ｎ，としたとき，ｍとｎは互いに素です。

また，Ａ÷Ｂ＝ 0.625 は，　$\frac{A}{B} = \frac{0.625}{1} = \frac{625}{1000} = \frac{125}{200} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$

となり，このとき５と８（ｍとｎ）は互いに素です。

以上より，Ａ＝ 36 ×５＝ 180，Ｂ＝ 36 ×８＝ 288，となり，

ＡとＢの差＝ 288 － 180 ＝ 108　となります。

「正解 3」となります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7119-5-1（SU-7132-8-1）

６で割ると４余り，７で割ると５余り，８で割ると６余る数のうち，最小の自然数の各位の和はいくらか。

1.　12
2.　13
3.　14
4.　15
5.　16

問題 SU-7119-5-2（SU-7132-8-2）

６で割ると３余り，７で割ると４余り，８で割ると５余る自然数のうち，最小の自然数の各位の数字の積はいくらか。

1.　12
2.　18
3.　24
4.　30
5.　36

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7119-5-1（SU-7132-8-1）

求める値は,「６の倍数＋４」,「７の倍数＋５」,「８の倍数＋６」の３つの条件をすべて満たす数となります。

絶対とは言い切れませんが,一般にこのように「余りが不揃い（４，５，６）」となっている場合,「不足が一致」することが多いので，不足を考えてみます。

①　６で割ると４余る＝６の倍数＋４＝例えば 12 ＋４＝ 16 ＝ 18 －２＝６の倍数－２
②　７で割ると５余る＝７の倍数＋５＝例えば 14 ＋５＝ 19 ＝ 21 －２＝７の倍数－２
③　８で割ると６余る＝８の倍数＋６＝例えば 16 ＋６＝ 22 ＝ 24 －２＝８の倍数－２

					★				
①	12	13	14	15	16	17	18		
						★			
②	14	15	16	17	18	19	20	21	
							★		
③	16	17	18	19	20	21	22	23	24

よって，条件を満たす数　＝　（６と７と８の最小公倍数）　－　２
＝　168　－　２
＝　166

求められている数＝１＋６＋６＝ 13　となります。

「正解 2」となります。

問題 SU-7119-5-2（SU-7132-8-2）

この問題においても,「余りが不一致（３，４，５）」なので,「不足」のほうを考えてみましょう。

６で割ると３余る数＝６の倍数＋３＝例えば 12 ＋３＝ 15 ＝ 18 －３＝６の倍数－３
７で割ると４余る数＝７の倍数＋４＝例えば 14 ＋４＝ 18 ＝ 21 －３＝７の倍数－３
８で割ると５余る数＝８の倍数＋５＝例えば 16 ＋５＝ 21 ＝ 24 －３＝８の倍数－３

よって，条件を満たす数　＝　（６と７と８の最小公倍数）　－　３
＝　168　－　３
＝　165

求められている数＝１×６×５＝ 30　となります。

「正解 4」となります。

なお，この問題では「和はいくらか」ではなく「積はいくらか」となっていることに注意を要します。和を求めると，１＋６＋５＝ 12 で,「正解 1」と答えることになってしまいます。
「和はいくらか」になっているほうが多数派ですが，思い込みは危険です。

Copywrite
遊学社　長山　訓

2013 東京都 No.16（2014/4/11 追加掲載問題）

2000 の約数の個数として，正しいのはどれか。

1.　16 個
2.　17 個
3.　18 個
4.　19 個
5.　20 個

2013 年 5/26 東京消防庁Ⅰ類 No.14（2014/4/11 追加掲載問題）

ある子ども会のイベントに 50 人の子どもが参加し，Ａ，Ｂ，Ｃの３つのグループを編成した。主催者がそれぞれのグループに飴を 100 個ずつ配った。それぞれのグループ内では，全員がなるべく多くの同数ずつ受け取れるように配ったところ，Ａグループでは９個余り，Ｂグループでは５個余った。
このとき，Ｃグループの人数として，最も妥当なのはどれか。

1.　16 人
2.　17 人
3.　18 人
4.　19 人
5.　20 人

2013 東京都 No.16

だから……，これって知っていれば楽勝の問題なのですから，いい加減，このタイプの出題はやめるべきだと思うのですが……

2000　＝２×1000＝２×10×10×10
　　＝２×２×５×２×５×２×５
　　＝２^{4}×５^{3}

2000 の約数の個数＝（４＋１）×（３＋１）＝20（個）

「正解 5」となります。

2013 年 5/26 東京消防庁Ⅰ類 No.14

ある自然数をｙで割った余りは，最大でｙ－１です。
例えば，　４で割ったときの余りは最大で３ですし，
　　５で割ったときの余りは最大で４です。

Ａグループの人数をａ（人），１人あたりの飴の個数をｍ（個）とすると，
ａｍ＋９＝100
ａｍ＝91 より，　case1）ａ＝７人，ｍ＝13 個
　　case2）ａ＝13 人，ｍ＝７個
　　のいずれかとなりますが，case1 はあり得ません。
　　100 個を７人で割れば，１人 14 個で余りは２となるからです。
　　（７で割って９余ることはあり得ません）

よって，Ａグループの人数は 13 人，
１人が受け取った飴の個数は７個で確定します。

Ｂグループの人数をｂ（人），１人あたりの飴の個数をｎ（個）とすると，
ｂｎ＋５＝100
ｂｎ＝95 より，　case1）ｂ＝５人，ｎ＝19 個
　　case2）ｂ＝19 人，ｎ＝５個
　　のいずれかとなりますが，case1 はあり得ません。
　　100 個を５人で割れば，１人 20 個で余りは０となるからです。
　　（５で割って５余ることはあり得ません）

よって，Ｂグループの人数は 19 人，
１人が受け取った飴の個数は５個で確定します。

Ｃグループの人数＝50－（ａ＋ｂ）＝50－（13＋19）＝18（人）

「正解 3」となります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

2013 特別区 No.13（2014/4/11 追加掲載問題）

　80 の約数から２つの異なる自然数を取り出し,その逆数の和が 0.2 以上 0.5 以下となる組合せは何通りあるか。

1.　13 通り
2.　14 通り
3.　15 通り
4.　16 通り
5.　17 通り

Copywrite
遊学社　長山　訓

2013 特別区 No.13

新しいタイプの問題といえます。

80 の約数は，次の 10 個です。

１	２	４	５	８
80	40	20	16	10

ｎの逆数は $\frac{1}{n}$ ですから，上記 10 個の数の逆数は次に示す通りです。

①	②	③	④	⑤
１	$\frac{1}{2}=0.5$	$\frac{1}{4}=0.25$	$\frac{1}{5}=0.2$	$\frac{1}{8}=0.125$
$\frac{1}{80}=0.0125$	$\frac{1}{40}=0.025$	$\frac{1}{20}=0.05$	$\frac{1}{16}=0.0625$	$\frac{1}{10}=0.1$
⑩	⑨	⑧	⑦	⑥

これらのうち，異なる２数の和が 0.2 以上 0.5 以下となるのは，次の 14 通りとなります。

③	と	④，⑤，⑥，⑦，⑧，⑨，⑩	７通り
④	と	⑤，⑥，⑦，⑧，⑨，⑩	６通り
⑤	と	⑥	１通り

Copywrite
遊学社　長山　訓

2013 東京都 No.15（2014/4/11 追加掲載問題）

正の整数ａ，ｂがあり，ａ＜ｂであるという。次の式におけるａ，ｂの組合せの数として，正しいのはどれか。

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{10}$$

1. ２組
2. ３組
3. ４組
4. ５組
5. ６組

Copywrite
遊学社　長山　訓

2013 東京都 No.15

新しい傾向の問題といえそうです。

1/a	?/a 1/b の前身		1/a	1/b		
↓	↓		↓	↓		
1/11 ＋	0.1/11	＝	1/11 ＋	1/110	＝	1/10
1/12 ＋	0.2/12	＝	1/12 ＋	1/60	＝	1/10
1/13 ＋	0.3/13		ｂが整数にならず不適切			
1/14 ＋	0.4/14	＝	1/14 ＋	1/35	＝	1/10
1/15 ＋	0.5/15	＝	1/15 ＋	1/30	＝	1/10
1/16 ＋	0.6/16		ｂが整数にならず不適切			
1/17 ＋	0.7/17		ｂが整数にならず不適切			
1/18 ＋	0.8/18		ｂが整数にならず不適切			
1/19 ＋	0.9/19		ｂが整数にならず不適切			
1/20 ＋	1.0/20		ａ＝ｂとなって，不適切			

「正解 3」となります。