Copywrite
遊学社　長山　訓

Part-SU712 ●初級～中級レベルの約数・倍数
Part-SU7121 ●約数と倍数は表裏一体の関係－２

問題 SU-7121-1-1

　分母をａ，分子をｂとする分数があり，ａとｂは互いに素ではない。
　ａから１をひき，ｂに１をたすと，分数の値は１になる。
　また,分母をａ－ｂ,分子をａ＋ｂとすると,分数の値は７になる。このとき,元の分数を約分して既約分数にするといくらか。

1.　1/6
2.　3/4
3.　4/5
4.　6/7
5.　13/15

※既約分数とは,
　もう，これ以上は
　約分できない分数
　のことです。
　言い換えると,
　分母と分子が互い
　に素の分数のこと
　です。

※例えば肢２の 3/4
　は４分の３です。

問題 SU-7121-1-2

　分母をａ，分子をｂとする分数があり，ａとｂは互いに素ではない。
　ａから２をひき，ｂに２をたすと，分数の値は１になる。
　また，分母をａ－ｂ，分子をａ＋ｂとすると，分数の値は 11 になる。このとき，元の分数を約分して既約分数にするといくらか。

1.　4/7
2.　3/8
3.　5/6
4.　10/11
5.　11/12

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7121-1-1

分数の値が１になるのは,「分母＝分子」のときです。
「分母のａから１をひき，分子のｂに１をたすと，分数の値は１になる」ということですから,

ａ－１＝ｂ＋１　（ａ－ｂ＝２）
元の分数の分母は分子より２大きいことになります。

「分母をａ－ｂ，分子をａ＋ｂとすると，分数の値は７になる」ということから,分子の「ａ＋ｂ」は必ず７の倍数であり,分母ａ－ｂが２であることから,「ａ＋ｂ」は 14 となります。

$$\begin{array}{rl} & a-b=2 \\ +) & a+b=14 \\ \hline & 2a\quad=16 \\ & a\quad=8 \\ & b\quad=6 \end{array}$$

よって，元の分数は 6/8（８分の６）であり，約分すると 3/4（４分の３）となります。

「正解 2」となります。

問題 SU-7121-1-2

分数の値が１になるのは,「分母＝分子」のときです。
「分母のａから２をひき，分子のｂに２をたすと，分数の値は１になる」ということですから,

ａ－２＝ｂ＋２　（ａ－ｂ＝４）
元の分数の分母は分子より４大きいことになります。

「分母をａ－ｂ，分子をａ＋ｂとすると分数の値は 11 になる」ということから，分子の「ａ＋ｂ」は必ず 11 の倍数であり，分母ａ－ｂが４であることから,「ａ＋ｂ」は 44 となります。

$$\begin{array}{rl} & a-b=4 \\ +) & a+b=44 \\ \hline & 2a\quad=48 \\ & a\quad=24 \\ & b\quad=20 \end{array}$$

よって,元の分数は 20/24（ａ＝24, ｂ＝20）で,約分すると 5/6 となります。

「正解 3」となります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7121-2-1

　連続する３個の自然数の積が 12144 になるとき，それら３個の自然数の和はいくらか。

1.　63
2.　66
3.　69
4.　72
5.　75

※ 2-1，2-2 は
　約数・倍数の問題
　とはいえませんが，
　掲載させていただ
　きます。

問題 SU-7121-2-2

　連続する４個の自然数の積が 93024 になるとき，それら４個の自然数の和はいくらか。

1.　58
2.　62
3.　66
4.　70
5.　74

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7121-2-1

この問題と次の 2-2 は,「約数・倍数」とはいえないのですが…。
３連続数の中央をｎとすると,（ｎ－１）×ｎ ×（ｎ＋１）＝ 12144 となり,数学が得意な方であれば，これを展開して解くこともできると思います。
でも，今あなたが取り組んでいるのは「数的推理」であって,「数学」ではありません。まともに解こうとすると数学的になってしまう場合は，選択肢を利用することをお奨めします。

例えば，肢１の 63 は 20，21，22 の３連続数の和です。これは，数式を立てなくても導き出すことができると思いますが，先頭（最小値）をｎとして数式を立てると，次のようになります。

ｎ ＋ ｎ＋１ ＋ ｎ＋２ ＝３ｎ＋３＝ 63
３ｎ＝ 60　　よって，ｎ＝ 20

そこで，１～５の各選択肢について，どんな３連続数の和なのかを確認し，その積（かけ算結果）の一の位を求めてみます。
ところで，Ａ，Ｂの積の一の位は，Ａ，Ｂの一の位の積で判断できます。例えば，23 × 24 ＝ 552 の一の位の２は，次の計算結果の下線と一致します。

23 の一の位の３　　24 の一の位の
３　×　４　＝　１<u>２</u>

		一の位のかけ算		かけ算結果の一の位
肢 1.	63 ＝ 20 ＋ 21 ＋ 22	０×１× ２	＝	０
肢 2.	66 ＝ 21 ＋ 22 ＋ 23	１×２× ３	＝	６
肢 3.	69 ＝ 22 ＋ 23 ＋ 24	２×３× ４	＝	４
肢 4.	72 ＝ 23 ＋ 24 ＋ 25	３×４× ５	＝	０
肢 5.	75 ＝ 24 ＋ 25 ＋ 26	４×５× ６	＝	０

これより，１～５の選択肢のうち，３連続数の積の一の位が４になるのは，肢３のみとわかります。　　「正解 3」となります。

問題 SU-7121-2-2

		一の位のかけ算		積の一の位
肢 1.	58 ＝ 13 ＋ 14 ＋ 15 ＋ 16	３× ４× ５× ６	＝	０
肢 2.	62 ＝ 14 ＋ 15 ＋ 16 ＋ 17	４× ５× ６× ７	＝	０
肢 3.	66 ＝ 15 ＋ 16 ＋ 17 ＋ 18	５× ６× ７× ８	＝	０
肢 4.	70 ＝ 16 ＋ 17 ＋ 18 ＋ 19	６× ７× ８× ９	＝	４
肢 5.	74 ＝ 17 ＋ 18 ＋ 19 ＋ 20	７× ８× ９× ０	＝	０

これより，１～５の選択肢のうち，４連続数の積の一の位が４になるのは，肢４のみとわかります。　　「正解 4」となります。

ところで，複数の数字のなかに５の倍数（ここでは 15）が含まれるとき，それらの積は必ず５の倍数となります。また，２つ以上の連続自然数の中には必ず偶数が含まれます。よって，２つ以上の連続自然数の中に５の倍数が含まれるとき，それらの積は必ず 10 の倍数となり，一の位は０となります。

ちなみに，２連続自然数の中には２の倍数（偶数）が，３連続自然数の中には３の倍数が，４連続自然数の中には４の倍数が，必ず含まれます。
また，３連続の和は３の倍数に，５連続の和は５の倍数になりますが，２連続の和は２の倍数にはならず，４連続の和は４の倍数にはなりません。
●２連続の和＝ｎ ＋ ｎ＋１ ＝ ２ｎ＋１ ＝ 奇数
●３連続の和＝ｎ ＋ ｎ＋１ ＋ ｎ＋２ ＝ ３ｎ＋３
●４連続の和＝ｎ ＋ ｎ＋１ ＋ ｎ＋２ ＝ ｎ＋３ ＝ ４ｎ＋６
●５連続の和＝ｎ ＋ ｎ＋１ ＋ ｎ＋２ ＝ ｎ＋３ ＋ ｎ＋４ ＝ ５ｎ＋ 10

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7121-3-1

１～ 100 までの自然数 100 個の中に含まれる素数は何個か。

1.　25 個
2.　27 個
3.　29 個
4.　31 個
5.　33 個

問題 SU-7121-3-2

２桁の素数のうち，最大のものをａ，二番目に大きいものをｂとするとき，この２数の積はいくらか。

1.　7553
2.　8051
3.　8099
4.　8633
5.　8827

問題 SU-7121-3-3

４数ａ，ｂ，ｃ，ｄは２桁の素数を大きい順に並べたものである。これら４数の和はいくらか。

1.　344
2.　348
3.　352
4.　356
5.　360

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU7121-3-1

素数とは，約数を２個だけ持つ自然数（正の整数）のことです。
２個のうち，１個は「１」であり，もう１個は「その数字自身」です。
１～ 100 までの自然数 100 個の中に含まれる素数は，次に示す 25 個です。

「正解 1」となります。

２	３	５	７	
11	13		17	19
	23			29
31			37	
41	43		47	
	53			59
61			67	
71	73			79
	83			89
			97	

※ 49 を素数として挙げる方が見られますが，49 は素数ではありません。
　１と 49 以外に，７という約数を持っているからです。
※ 91 を素数として挙げる方が見られますが，91 も素数ではありません。
　１と 91 以外に，７と 13 という約数を持っているからです。

問題 SU-7121-3-2，3-3

問題 3-1 が正解できたなら，3-2，3-3 も正解できたことと思います。

		２つの自然数の積で表現	約数の個数
99	→	１× 99，３× 33，９× 11	１，３，９，11，33，99 の６個
97	→	１× 97	１，97 の２個　（97 は素数）
95	→	１× 95，５× 19	１，５，19，95 の４個
93	→	１× 93，３× 31	１，３，31，93 の４個
91	→	１× 91，７× 13	１，７，13，91 の４個
89	→	１× 89	１，89 の２個　（89 は素数）
87	→	１× 87，３× 29	１，３，29，87 の４個
85	→	１× 85，５× 17	１，５，17，85 の４個
83	→	１× 83	１，83 の２個　（83 は素数）
81	→	１× 81，３× 27，９×９	１，３，９，27，81 の５個
79	→	１× 79	１，79 の２個　（79 は素数）

● 3-2

97 × 89 ＝ 8633　　「正解 4」となります。

● 3-3

97 ＋ 89 ＋ 83 ＋ 79 ＝ 348　　「正解 2」となります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7121-4-1

　自然数Ａを 168 倍すると，自然数Ｂの２乗となるような最小の自然数Ａは２桁である。その十の位の数と一の位の数の和はいくらか。

1.　６
2.　８
3.　10
4.　12
5.　14

問題 SU-7121-4-2

　自然数Ａを 420 倍すると，自然数Ｂの２乗となるような最小の自然数Ａは３桁である。その百の位の数,十の位の数,および一の位の数の和はいくらか。

1.　６
2.　８
3.　10
4.　12
5.　14

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7121-4-1

$$
\begin{aligned}
&\quad A \times 168 \\
&= A \times 8 \times 21 \\
&= A \times \underline{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7} = B^2
\end{aligned}
$$

積が自然数（ここではＢ）の２乗となるためには，素因数分解した結果，すべての素数が偶数個ずつになる必要があります。

168 を素因数分解すると，上記下線部に示すように，
「２」が３個，「３」が１個，「７」が１個で，いずれも奇数個です。

よって，求められている自然数Ａの最小値は，
素因数分解した結果，「２」，「３」，「７」がいずれも１個ずつとなる数で，

Ａ＝２×３×７＝42　となります。

その十の位４と，一の位２の和は，６となります。

「正解 1」となります。

ちなみに，　$42 \times 168 = (2 \times 3 \times 7) \times (2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7)$
$= (2 \times 2 \times 3 \times 7) \times (2 \times 2 \times 3 \times 7)$
$= (2 \times 2 \times 3 \times 7)^2$
$= 84^2$
となります。

問題 SU-7121-4-2

$$
\begin{aligned}
&\quad A \times 420 \\
&= A \times 2 \times 210 \\
&= A \times 2 \times 3 \times 70 \\
&= A \times \underline{2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 7} = B^2
\end{aligned}
$$

420 を素因数分解すると，上記下線部に示すように，
「２」は２個で偶数個ですが，「３」，「５」，「７」はそれぞれ１個（奇数個）です。

よって，求められている自然数Ａの最小値は，
素因数分解した結果，「３」，「５」，「７」がいずれも１個ずつとなる数で，

Ａ＝３×５×７＝105　となります。

その各桁（各位）の数，「１」，「０」，「５」の和は，６となります。

「正解 1」となります。

ちなみに，　$105 \times 420 = (3 \times 5 \times 7) \times (2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 7)$
$= (2 \times 3 \times 5 \times 7) \times (2 \times 3 \times 5 \times 7)$
$= (2 \times 3 \times 5 \times 7)^2$
$= 210^2$
となります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7121-5-1

　トランプカードのクローバ 13 枚のうち 12 枚を選び，２枚ずつのペアを６組をつくる。同組２枚の数字の公約数ができるだけ多くなるようにするとき，６組合計で何個の公約数ができるか。
　なお，Ace は１，Jack は 11，Queen は 12，King は 13 とする。

1.　10 個
2.　11 個
3.　12 個
4.　13 個
5.　14 個

問題 SU-7121-5-2

　トランプカードのハート 13 枚のうち 12 枚を選び，２枚ずつのペアを６組をつくる。同組２枚の数字の公約数ができるだけ多くなるようにするとき，６組合計で何個の公約数ができるか。
　なお，Jack は 11，Queen は 12，King は 13，Ace は 14 とする。

1.　13 個
2.　14 個
3.　15 個
4.　16 個
5.　17 個

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7121-5-1

１～13 の 13 個のうち２個で,公約数が最も多いのは「６」と「12」のペアで,公約数は「１,２,３,６,」の４個です。
このように，公約数を多くするためには，互いに約数，倍数の関係にある２数をペアにすることになりますから,

	ペ　ア		公約数	個数
①	６と 12	→	１,２,３,６	４個
②	４と８	→	１,２,４	３個
③	５と 10	→	１,５	２個
④	３と９	→	１,３	２個

この時点でペアとならずに残っている数は,１,２,７,11,13 の５個であり,このうち４個で２つのペアを構成することになりますが，これらはすべて互いに素ですから，どのように組み合わせても，公約数は１しかありません。
例えば,「２」を余して,

	ペ　ア		公約数	個数
⑤	１と７	→	１だけ	１個
⑥	11 と 13	→	１だけ	１個

よって，６組合計で 13 個となります。

「正解 4」となります。

問題 SU-7121-5-2

前問では，Ace ＝１でしたが，この問題では Ace ＝ 14 としていますので,ご注意ください。

	ペ　ア		公約数	個数
①	６と 12	→	１,２,３,６	４個
②	４と８	→	１,２,４	３個
③	７と 14	→	１,７	２個
④	５と 10	→	１,５	２個
⑤	３と９	→	１,３	２個

この時点でペアとならずに残っている数は,２,11 および 13 の３個であり,このうち２個で１つのペアを構成することになりますが，これらはすべて互いの素であるため，どのように組み合わせても，公約数は１しかありません。
例えば,「２」を余して,

	ペ　ア		公約数	個数
⑥	11 と 13	→	１だけ	１個

よって，６組合計で 14 個となります。

「正解 2」となります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7121-6-1

１～10 のカードが４枚ずつ，計 40 枚ある。ここから１枚ずつ計４枚取り出し，取り出した順に１列に並べるとき，その４枚の数の積が 90 になる取り出し方は何通りか。
ただし,例えば「５，３，３，２」と「３，２，５，３」は同じ取り出し方とする。

1.　５通り
2.　６通り
3.　７通り
4.　８通り
5.　９通り

問題 SU-7121-6-2

１～12 のカードが４枚ずつ，計 48 枚ある。ここから１枚ずつ計４枚取り出し，取り出した順に１列に並べるとき，その４枚の数の積が 120 になる取り出し方は何通りか。
ただし，例えば「10，12，１，１」と「１，10，１，12」は同じ取り出し方とする。

1.　６通り
2.　８通り
3.　９通り
4.　10 通り
5.　12 通り

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7121-6-1

90 は５の倍数ですが，50 の倍数ではありません。よって，積が 90 となるためには，必ず 10 または５のいずれか一方だけが含まれる必要があります。

case1）　10 が含まれるとき　→　10×（残り３枚の積が９）

①	10	９	１	１
②	10	３	３	１

case2）　５が含まれるとき　→　５×（残り３枚の積が 18）

③	５	９	２	１
④	５	６	３	１
⑤	５	３	３	２

以上，①～⑤の５通りとなります。

「正解 1」となります。

問題 SU-7121-6-2

120 は５の倍数ですが，50 の倍数ではありません。よって，積が 120 となるためには,必ず 10 または５のいずれか一方だけが含まれる必要があります。

case1）　10 が含まれるとき　→　10×（残り３枚の積が 12）

①	10	12	１	１
②	10	６	２	１
③	10	４	３	１
④	10	３	２	２

case2）　５が含まれるとき　→　５×（残り３枚の積が 24）

⑤	５	12	２	１
⑥	５	８	３	１
⑦	５	６	４	１
⑧	５	６	２	２
⑨	５	４	３	２

以上，①～⑨の９通りとなります。

「正解 3」となります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7121-7-1

　生徒総数が 120 人の中学校で生徒総会が行われ，ある議題について，生徒全員の賛否をとったところ，次のア～エのことがわかった。

　ア　生徒総数の 60%以上が賛成した。
　イ　賛成者の男女比は１：２であった。
　ウ　反対者の男女比は３：５であった。
　エ　全員が賛成，または反対のいずれか一方のみの意志表示を行った。

　このとき，賛成者の人数として，可能性のあるものすべてを挙げているのはどれか。

1.　72 人
2.　84 人
3.　96 人
4.　72 人または 96 人
5.　84 人または 96 人

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7121-7-1

ア　生徒総数の 60%以上が賛成　→　賛成 72 人以上，反対 48 人以下。

イ　賛成者の男女比は１：２　→　女性の賛成者数は２の倍数
賛成者の総数は　３の倍数

ウ　反対者の男女比は３：５　→　男性の反対者数は３の倍数
女性の反対者数は５の倍数
反対者の総数は　８の倍数

この問題では，男女別の内訳は問われていないので，無視します。

賛成者の総数＝３の倍数＝３ａ≧ 72

反対者の総数＝８の倍数＝８ｂ≧ 48

３ａ＋８ｂ＝ 120

となりますが，これだけでは解けません。とすると，

72 以上の３の倍数　＋　48 以下の８の倍数　＝　120

となるような数字の組合せを探し出すことになるのですが，それなら選択肢を利用したほうが効率的です。

選択肢に示されている賛成者数の候補は 72，84，96 で，いずれも 72 以上の３の倍数ですから，この点だけでは３つともＯＫです。
しかし，それぞれの case において，反対者数が何人になるかを調べると，賛成者 84 人のときの反対者 36 人は８の倍数ではありません。

賛成者	総数は	反対者は
72 人のとき	120 人だから	48 人（48 は８の倍数である）
84 人のとき	120 人だから	36 人（36 は８の倍数でない）
96 人のとき	120 人だから	24 人（24 は８の倍数である）

したがって，すべての条件を満たす賛成者の総数は，72 人または 96 人となります。

「正解 4」となります。

以下の確認は必要ありません。

	賛成者			反対者			総数 120 人	
	男性	女性	総数	男性	女性	総数	男性	女性
	１：２			３：５				
①	24 人	48 人	72 人	18 人	30 人	48 人	42 人	78 人
	↓	↓		↓	↓			
	72 の 1/3	72 の 2/3		48 の 3/8	48 の 5/8			
②	32 人	64 人	96 人	９人	15 人	24 人	41 人	79 人
	↓	↓		↓	↓			
	96 の 1/3	96 の 2/3		24 の 3/8	24 の 5/8			

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7121-7-2

　従業員総数が 360 人の会社で，ある議題について，社員全員を対象として賛否をとったところ，次のア～エのことがわかった。

　ア　従業員総数の 60%以上，70%以下が賛成した。
　イ　賛成者の男女比は４：５であった。
　ウ　反対者の男女比は５：７であった。
　エ　全員が賛成，または反対のいずれか一方のみの意志表示を行った。

　このとき，賛成者の人数として，可能性のあるものすべてを挙げているのはどれか。

1.　216 人
2.　234 人
3.　252 人
4.　216 人または 234 人
5.　216 人または 252 人

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-7121-7-2

ア　賛成は生徒総数の 60%以上，70%以下 → 賛成は
216 人以上，252 人以下。

イ　賛成者の男女比は４：５　→　男性の賛成者数は４の倍数
女性の賛成者数は５の倍数
賛成者の総数は　９の倍数

ウ　反対者の男女比は５：７　→　男性の反対者数は５の倍数
女性の反対者数は７の倍数
反対者の総数は　12 の倍数

この問題では，男女別の内訳は問われていないので，無視します。

賛成者の総数＝９の倍数 ＝９ａ　＝ 216 ～ 252

反対者の総数＝ 12 の倍数＝ 12 ｂ　＝ 144 ～ 108

９ａ＋ 12 ｂ＝ 360

となりますが，これだけでは解けません。とすると，

216 ～ 252 の９の倍数　＋　144 ～ 108 の 12 の倍数　＝　360

となるような数字の組合せを探し出すことになるのですが，それなら選択肢を利用したほうが効率的です。

選択肢に示されている賛成者数の候補は 216，234，252 で，いずれも 216 ～ 252 の９の倍数ですから，この点だけでは３つともＯＫです。
しかし，それぞれの case において，反対者数が何人になるかを調べると，賛成者 234 人のときの反対者 126 人は 12 の倍数ではありません。

賛成者	総数は	反対者は
216 人のとき	360 人だから	144 人（144 は 12 の倍数）
234 人のとき	360 人だから	126 人
252 人のとき	360 人だから	108 人（108 は 12 の倍数）

したがって，すべての条件を満たす賛成者の総数は，216 人または 252 人となります。

「正解 5」となります。

以下の確認は必要ありません。

	賛成者 男性	賛成者 女性	賛成者 総数	反対者 男性	反対者 女性	反対者 総数	総数 360 人 男性	総数 360 人 女性
	４：５			５：７				
①	96	120	216	60	84	144	156	204
	↓	↓		↓	↓			
	216 の 4/9	216 の 5/9		144 の 5/12	144 の 7/12			
②	112	140	252	45	63	108	157	203
	↓	↓		↓	↓			
	252 の 4/9	252 の 5/9		108 の 5/12	144 の 7/12			