Copywrite
遊学社　長山　訓

Part-SU9115 ●数列・規則性の基礎

正直，数列に関しては，この基礎（ＳＰＩ）レベルの Part を設定するべきかどうか，かなり迷いました。
と言うのは，ＳＰＩに関する書籍（問題集）のほとんどにおいて，「数列」が設定されていないからです。

私は，公務員試験の数的処理にはけっこう精通していますが，ＳＰＩにはそれほど精通しておりません。したがって，その実態についての知識が十分ではないのですが，市販されている書籍から判断すると，ＳＰＩでは数列に関する出題はないのかもしれません。

さて，数列にはいろいろな種類があります。大きく分けると，「等差数列」と「等比数列」の２種類ですが，出題のほとんどは「等差数列」です。
「等比数列」は国家公務員採用試験でたまに出題される程度で，地方公務員ではほぼ皆無です。
「等差数列」のほかにもう一つ，「階差数列」がよく出題されていますが，これは「等差数列」の応用であり，「等差数列」の一種といえます。

なお，出題の多くは自然数（正の整数）の数列となっており，分数や小数が扱われる出題はほとんどありません。ただし，上級（大卒対象）ともなると，３桁～４桁の比較的大きい自然数が扱われる問題も少なくありません。,

その１）等差数列

例①　１　　２　　３　　４　　５
　　＋１　　＋１　　＋１　　＋１

例②　２　　４　　６　　８　　10
　　＋２　　＋２　　＋２　　＋２

例③　９　　７　　５　　３　　１
　　－２　　－２　　－２　　－２

「等差数列」はその名のとおり，隣り合う数の差が等しい数の列です。
前述したように，数列には様々な種類があって，多くの公式があります。そのほとんどは覚える必要がありませんが，唯一覚えなくてはならない公式が，「等差数列の総和」を求める公式で，次のようなものです。

$$\text{等差数列の公式} = \frac{(\text{先頭の値} + \text{末尾の値}) \times \text{個数}}{2}$$

例えば上記の例①の総和であれば，公式なんか知らなくても，小学生でも求められるでしょうが，①と②を公式にあてはめると次のようになります。

$$\text{例①の総和} = \frac{(1+5) \times 5\text{個}}{2} = \frac{6 \times 5\text{個}}{2} = 15 \quad ★$$

$$\text{例②の総和} = \frac{(2+10) \times 5\text{個}}{2} = \frac{12 \times 5\text{個}}{2} = 30$$

公式の多くは，その意味がわからなくても覚えておけば問題はないのですが，上記例①を用いて，公式の意味を考えてみましょう。

Copywrite
遊学社　長山　訓

下記に示すように，元の数列の「１，２，３，４，５」とまったく同じものを逆順に並べ，その和を求めます。

元		１	２	３	４	５	→	総和 15
元の逆順	＋ ）	５	４	３	２	１	→	総和 15
		６	６	６	６	６	→	総和 30

上下の和はすべて６となり，６が５個で総和 30 となります。

この「６が５個になる」というのは，前ページの★の分子に該当します。しかし，この総和 30 は２列分の総和ですから，１列分の総和を求めるには２で割る必要があります。この「２で割る」というのが，★の分母の２です。

ちなみに，この総和 15 を公式を使わずにないで求めるとしたら，あなたはどうしますか。「１＋２＋３＋４＋５＝ 15」でしょうか？

それよりも，「３×５＝ 15」のほうがラクですね。この数列を構成する数の個数は奇数（５個）です。奇数個の等差数列なら，その中央（ここでは３）が全体の平均値となります。平均が３で，総数５個ですから，３× ５で総和を求めることができますね。

その２）等比数列

例④　１　　２　　４　　８　　16

×２　　×２　　×２　　×２

例⑤　81　　54　　36　　24　　16

$\times\frac{2}{3}$　　$\times\frac{2}{3}$　　$\times\frac{2}{3}$　　$\times\frac{2}{3}$

「等比数列」はその名のとおり，隣り合う数の比（倍率）が等しい数の列です。
前述したように，ほとんど出題されていませんので，ここでの詳細説明は割愛します。

その３）階差数列

例⑥　１　　２　　４　　７　　11　→ 元

＋１　　＋２　　＋３　　＋４　→ 元の隣り同士の差

＋１　　＋１　　＋１

例⑦　１　　３　　６　　８　　10　→ 元

＋２　　＋４　　＋６　　＋８　→ 元の隣り同士の差

＋２　　＋２　　＋２

「階差数列」は，元の数列は等差数列ではありません。元の数列の隣り合う数の差を並べて，新たな数列としてみたとき，それが「等差数列」になっているとき，元の数列を「階差数列」といいます。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-9115

① 100 以下の自然数のうち，偶数の総和はいくらか。

② 100 以下の自然数のうち，奇数の総和はいくらか。

③ 100 以下の自然数のうち，６で割り切れる数の総和はいくらか。

④ 100 以下の自然数のうち，３で割ると２余る数の総和はいくらか。

⑤次の数列の（　　）に入れるべき数はいくらか。

256　　192　　144　　108　　（　　）

⑥次の数列の（　　）の入れるべき数はいくらか。

１　２　４　７　11　16　22　（　　）

⑦次の数列の（　　）の入れるべき数はいくらか。

１　２　５　10　17　26　37　（　　）

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 SU-9115 の解答

① １～100 の範囲の偶数の最小値は２（２×１），最大値 100 は（２×50）ですから，１～50 同様 50 個となります。

１～100 の偶数の総和 ＝ $\dfrac{（２＋100）\times 50\text{個}}{2}$ ＝ 2550

なお，１，２，３ … 50 の個数を 49 個と答える方が見受けられますが，正しくは 50 個です。例えば，１，２，３，４，５の個数は５個です。（末尾の５－先頭の１＝４個）とするのは誤りです。４個となるのは，数列中の存在する数字の個数ではなく，差（間隔）です。

１　２　３　４　５　→　数字の個数は５個

　１　１　１　１　→　差（間隔）が４個（４か所）

② 最小値は １ （２×１－１），
最大値は 99 （２×50－１）ですから，50 個の奇数があります。

１～100 の奇数の総和 ＝ $\dfrac{（１＋99）\times 50\text{個}}{2}$ ＝ 2500

③ 100 ÷６＝16 余り４なので，１～100 の範囲の６の倍数の最小値は６（６×１），最大値は 96（６×16），個数は 16 個となります。

１～100 の６の倍数の総和 ＝ $\dfrac{（６＋96）\times 16\text{個}}{2}$ ＝ 816

④ ３で割り切れる数（３の倍数）はもちろん，３で割ると２余る数も，３ずつ増える等差数列となります。

３で割り切れる	３	６	９	12	…	96	99
	３×１	３×２	３×３	３×４		３×32	３×33
３で割ると２余る	２	５	８	11	…	98	
	３×０＋２	３×１＋２	３×２＋２	３×３＋２		３×32＋２	

なお，３の倍数は，（３×１）～（３×33）の 33 個，
３の倍数＋２は，（３×０＋２）～（３×32＋２）の 33 個，
となります。

３で割ると２余る数の総和 ＝ $\dfrac{（２＋98）\times 33\text{個}}{2}$ ＝ 1650

⑤ 256　192　144　108　（ 81 ）

×$\frac{3}{4}$　×$\frac{3}{4}$　×$\frac{3}{4}$　×$\frac{3}{4}$

⑥ １　２　４　７　11　16　22　（ 29 ）

１　２　３　４　５　６　７

⑦ １　２　５　10　17　26　37　（ 50 ）

１　３　５　７　９　11　13