Copywrite
遊学社　長山　訓

Part-ZU1121 ●初中級の平面図形の分割構成

図形全体の最初のＰａｒｔは，「平面図形の分割・構成」に関する問題を掲載します。
『きっと，平面図形は立体図形よりは容易であろう』と思っている方がいるかもしれませんが，どうしてなかなか…，手強い問題も少なくありません。

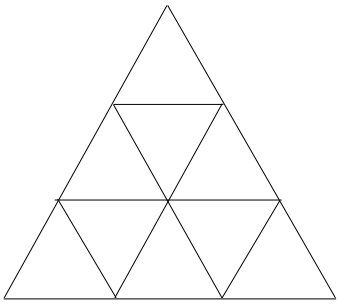
いずれにせよ,「図形」もまた「数的処理」の一部ですから，数量的な観点・思考力が必要となることを常に意識しましょう。

※最初は，図形の中に含まれる，ある図形の個数を数える問題です。
※初級でも，中級や上級に近いレベルの問題も見られます。

問題 ZU-1121-1-1

次の図は，すべて同大の正三角形９個で構成されている。この図に含まれる正三角形と等脚台形の個数の和はいくらか。

1.　26 個
2.　27 個
3.　28 個
4.　29 個
5.　30 個



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-1

① 正三角形は，次の 13 個です。

●小さな正三角形１個で構成される正三角形　　９個

●小さな正三角形３個で構成される正三角形　　３個
図１の△ＡＢＣ，△ＤＥＦ，△ＪＫＬ

●小さな正三角形９個で構成される正三角形　　１個
図１の△ＡＤ

② 等脚台形は，次の 15 個です。

●小さな正三角形３個で構成される等脚台形　　９個
図２の太実線と太点線で構成される等脚台形２個，および図３の太実線で校正される等脚台形１個の計３個。
これら３個は，底辺がＤＪ上に存在しますが，底辺がＡＤ上に存在するもの，ＡＪ上に存在するものも３個ずつあります。

●小さな正三角形５個で構成される等脚台形　　３個
図４は底辺がＤＪですが，底辺がＡＤ，ＡＪのものもあります。

●小さな正三角形８個で構成される等脚台形　　３個
図５は底辺がＤＪですが，底辺がＡＤ，ＡＪのものもあります。

「正解3(28個)」となります。

図１

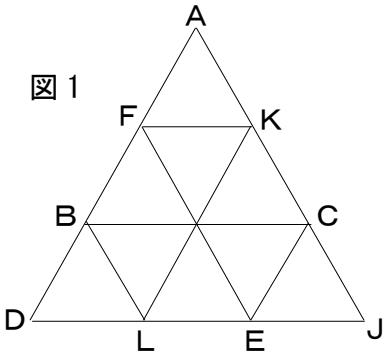


図２

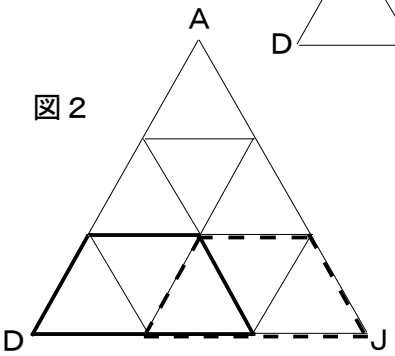


図４

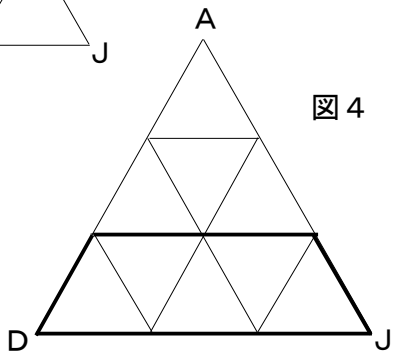


図３

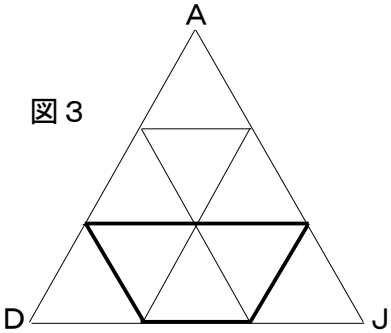
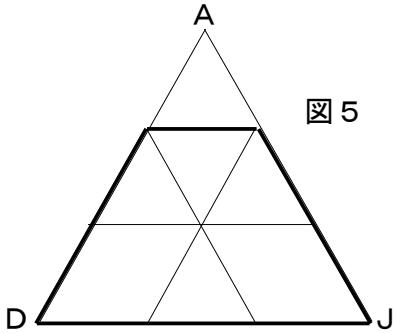


図５

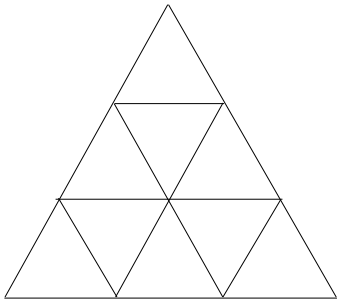


Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-1-2

　次の図は，すべて同大の正三角形９個で構成されている。この図に含まれる平行四辺形の個数はいくらか。ただし，平行四辺形には，ひし形も含まれるものとする。

1.　14 個
2.　15 個
3.　16 個
4.　17 個
5.　18 個



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-1-2

初級レベルなので，「平行四辺形には，ひし形も含まれるものとする。」という但書きがあります。しかし，上級レベルでは，こうした但書きが記されない場合もあります。その場合でも，平行四辺形にはひし形も含まれることに留意してください。
同様の主旨で，平行四辺形には長方形も含まれ，長方形やひし形には正方形も含まれ，直方体には立方体も含まれます。

さて，問題の図に含まれる平行四辺形の個数ですが，次の 15 個となります。

●正三角形２個で構成される平行四辺形（ひし型）　　９個
図１，図２，図３の各３個で計９個となります。

●正三角形４個で構成される平行四辺形　　６個
図４，図５にそれぞれ，実線，点線，および二重線で示される平行四辺形が１個ずつ，計６個となります。

「正解 2」となります。

図１

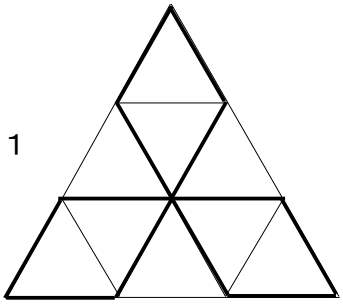


図２

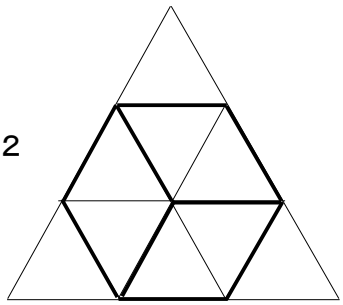


図４

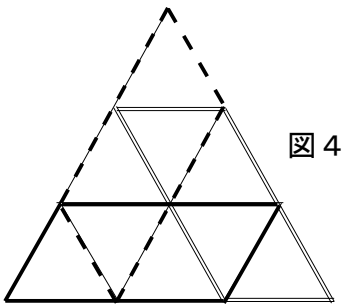


図３

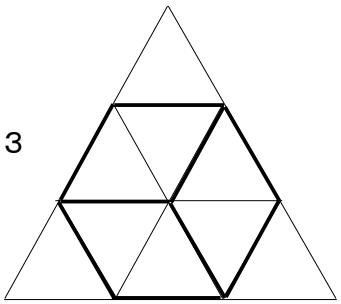
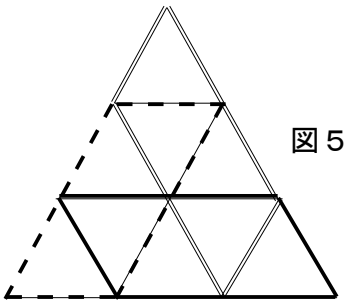


図５



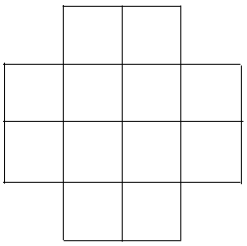
Copywrite
遊学社　長山　訓

※初級レベルですが，中級で出題される可能性もあります。

問題 ZU-1121-1-3

　次の図は，同大の正方形 12 個を並べてつくったものである。この図の中に含まれる長方形の個数はいくつか。ただし，正方形は長方形に含まれるものとする。

1.　48 個
2.　49 個
3.　50 個
4.　51 個
5.　52 個



※順列・組合せの知識があれば，本問は，次のような解き方も可能です。

$$
\begin{aligned}
&{}_3C_2 \times {}_5C_2 \times 2 - {}_3C_2 \times {}_3C_2 \\
&= 3 \times 10 \times 2 - 3 \times 3 \\
&= 60 - 9 = 51
\end{aligned}
$$

※この考え方がよくわからない方は，数的推理の第５章「場合の数」を習得してください。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-1-3

次の 51 個となります。

①１×１の正方形　　12 個　　②２×２の正方形　　５個
（②は図１，２，３）

③縦１×横２の長方形　　８個　　③’縦２×横１の長方形　８個
（③は図４，５）

④縦１×横３の長方形　　４個　　④’縦３×横１の長方形　４個
（④は図６，７）

⑤縦１×横４の長方形　　２個　　⑤’縦４×横１の長方形　２個

⑥縦２×横３の長方形　　２個　　⑥’縦３×横１の長方形　２個

⑦縦２×横４の長方形　　１個　　⑦’縦４×横２の長方形　１個

「正解 4(51 個)」となります。

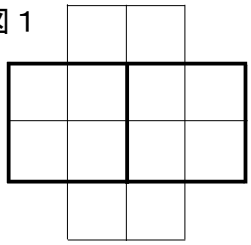
図１


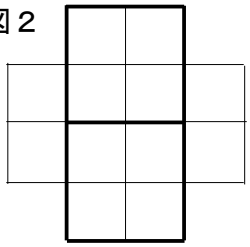
図２


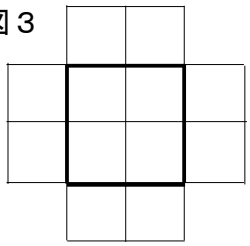
図３


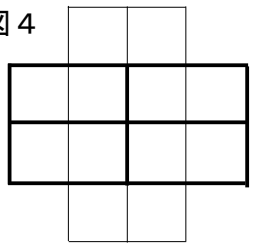
図４


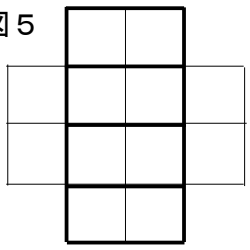
図５


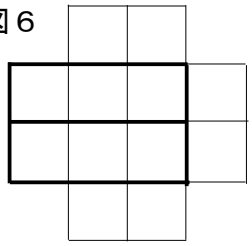
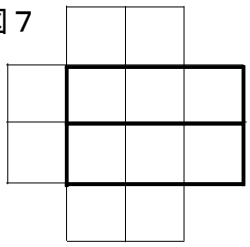
図６


図７


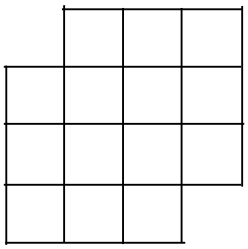
Copywrite
遊学社　長山　訓

※前問の類似問題です。

問題 ZU-1121-1-4

　次の図は，同大の正方形 14 個を並べてつくったものである。この図の中に含まれる長方形の個数はいくつか。

1.　61 個
2.　63 個
3.　65 個
4.　67 個
5.　69 個



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-1-4

次の 51 個となります。

①１×１の正方形　　14 個

②２×２の正方形　　７個　　③　３×３の正方形　　２個

（②は図１，２，３）

④縦１×横２の長方形　10 個　　④’縦２×横１の長方形　10 個

（③は図４，５）

⑤縦１×横３の長方形　６個　　⑤’縦３×横１の長方形　６個

（④は図６，７）

⑥縦１×横４の長方形　２個　　⑥’縦４×横１の長方形　２個

⑦縦２×横３の長方形　４個　　⑦’縦３×横１の長方形　４個

⑧縦２×横４の長方形　１個　　⑧’縦４×横２の長方形　１個

「正解 5(69 個)」となります。

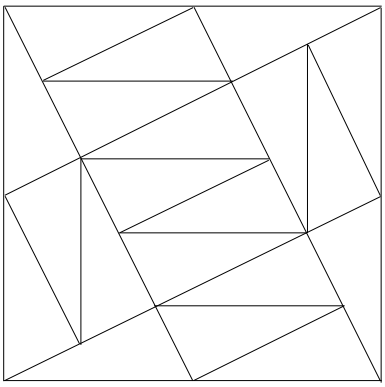
Copywrite
遊学社　長山　訓

※地方初級の問題ですが，中級で出題される可能性はありそうです。

問題 ZU-1121-1-5

　次の図は，同大の直角三角形（30°，60°，90°）を 20 個並べてつくられた正方形を示している。この図に含まれる直角三角形の個数はいくつか。

1.　24 個
2.　26 個
3.　28 個
4.　30 個
5.　32 個



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-1-5

最小の直角三角形をＡとすると，次の 28 個の直角三角形が存在します。

- Ａ１個で構成される直角三角形　20 個
- Ａ４個で構成される直角三角形　４個　図１．２
- Ａ５個で構成される直角三角形　４個　図３，４

「正解 3」となります。

図１

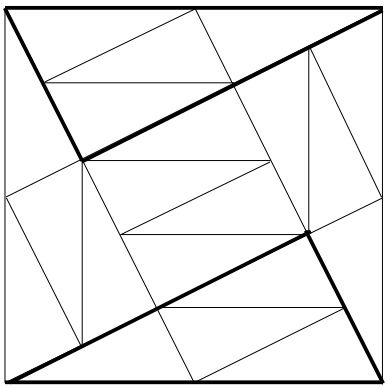


図２

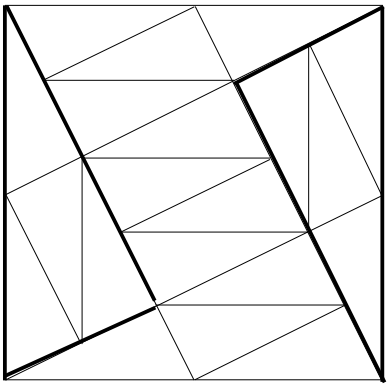


図３

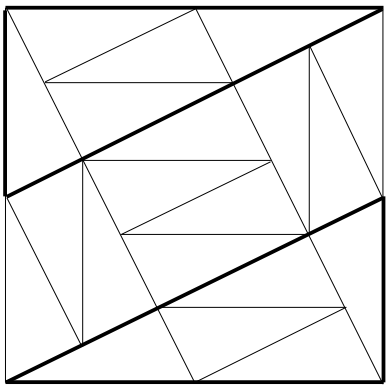
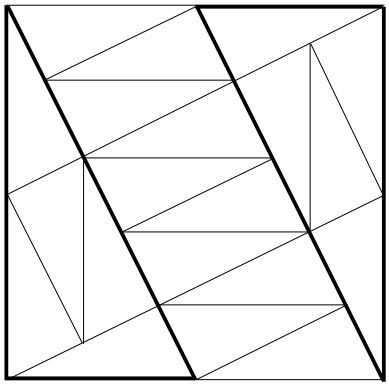


図４



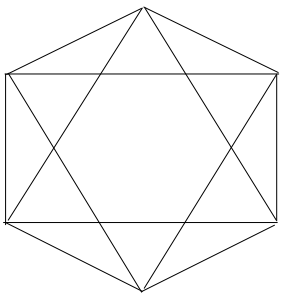
Copywrite
遊学社　長山　訓

※警視庁Ⅰ類，つまりは大卒対象の問題ですが，この難易度であれば中級はもちろん，初球でも出題される可能性ありです。

問題 ZU-1121-1-6

次の図の中には含まれる三角形の個数はいくつか。なお,合同な三角形でも,場所違い，向き違いなどはすべて異なる三角形として数えるものとする。

1.　24 個
2.　26 個
3.　28 個
4.　30 個
5.　32 個



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-1-6

下図において，全体（輪郭）は正六角形（６個の内角はいずれも 120°），Ａはそれぞれ同大の正三角形，Ｂはそれぞれ同大の二等辺三角形（30°，30°，120°），Ｃは正六角形と推定されます。

この推定のもとに，存在する三角形の個数を数えると，全部で次の 32 個となります。

「正解 5」となります。

①	Ａ１個で構成される三角形	６個	
②	Ｂ１個で構成される三角形	６個	
③	Ａ，Ｂ各１個で構成される直角三角形	12 個	（図１，２）
④	Ａ１個とＢ２個で構成される二等辺三角形	６個	（図３）
⑤	Ａ３個とＣで構成される正三角形	２個	（図４，５）

なお，冒頭の推定の正誤にかかわらず，計 32 個となります。

図１

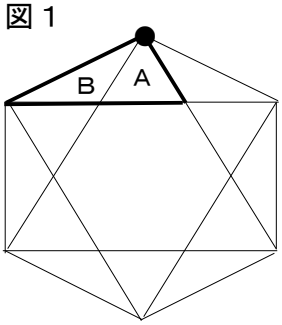


図２

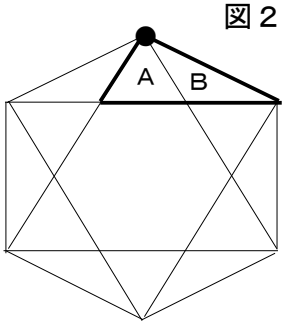
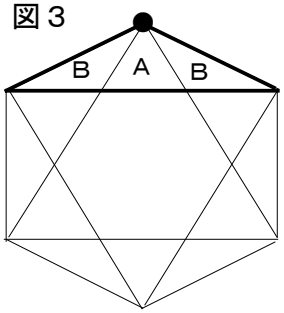


図３



※図１および図２の直角三角形はいずれも，全体の正六角形の各頂点ごとに１個ずつ存在します。

※図３の二等辺三角形もまた，全体の正六角形の各頂点ごとに１個ずつ存在します。

図４

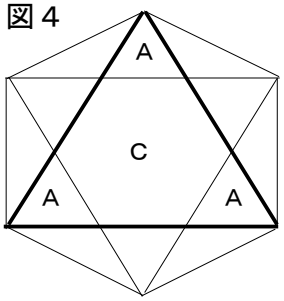
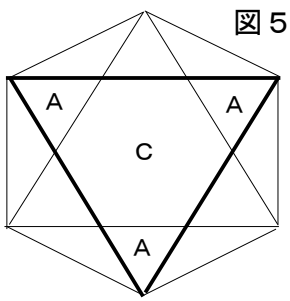


図５



Copywrite
遊学社　長山　訓

※高卒対象の警察官の試験で出題された問題です。

※知っていればあっと言う間ですが，知らないとけっこう苦労します。

問題 ZU-1121-2-1

　図１に示すように，半径の異なる同心円を２つ描くと，ドーナツ型を１個数えることができる。また，図２に示すように，半径の異なる同心円を３つ描くと，ドーナツ型を３個数えることができる。
　では，図３に示すように，半径の異なる同心円を４つ描いたとき，いくつのドーナツ型を数えることができるか。

1.　５個
2.　６個
3.　７個
4.　８個
5.　９個

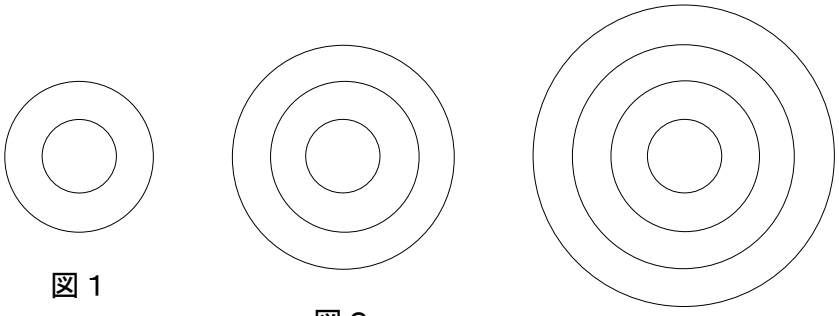


図１　図２　図３

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-2-1

下記の図４（問題の図２：半径の異なる同心円を３つ）において，内側から順に，円周Ａ，Ｂ，Ｃとすると，数えることのできる３個のドーナツ型とは，次の①～③となります。

①円周Ａと円周Ｂに囲まれた領域のドーナツ型（図 4-1）
②円周Ａと円周Ｃに囲まれた領域のドーナツ型（図 4-2）
③円周Ｂと円周Ｂに囲まれた領域のドーナツ型（図 4-3）

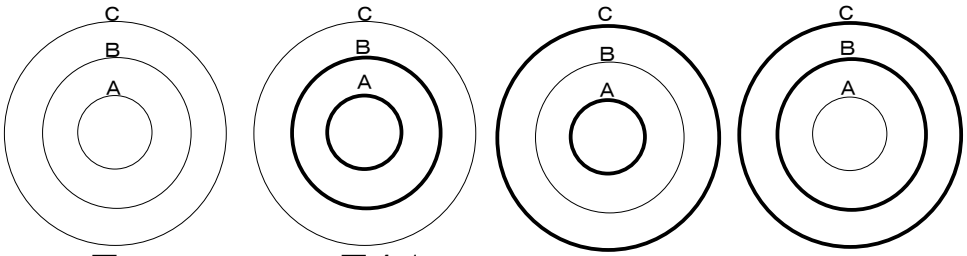


図４　図 4-1　図 4-2　図 4-3

よって，問題の図３（半径の異なる同心円４つ）において，内側から順に，円周Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄとすると，数えることのできるドーナツ型は次の①～⑥の６個となります。

①円周Ａと円周Ｂに囲まれた領域のドーナツ型
②円周Ａと円周Ｃに囲まれた領域のドーナツ型
③円周Ａと円周Ｄに囲まれた領域のドーナツ型
④円周Ｂと円周Ｃに囲まれた領域のドーナツ型
⑤円周Ｂと円周Ｄに囲まれた領域のドーナツ型
⑥円周Ｃと円周Ｄに囲まれた領域のドーナツ型

「正解 2」となります。

なお，数的推理の「順列・組合せ」の知識があれば，次に示すアプローチで解くこともできます。

半径の異なる同心円を３つ　→　${}_3C_2$＝３（個）
半径の異なる同心円を４つ　→　${}_4C_2$＝６（個）

また，次のような規則性を見出し，そこから類推するアプローチもあります。

半径の異なる同心円	２つ	３つ	４つ	５つ
数えることのできるドーナツ型の個数	１個	３個	６個	10 個
隣り合う差	２	３	４	

Copywrite
遊学社　長山　訓

※大卒対象の試験では，各種試験でたびたび出題されていますが，高卒対象では，実はあまり見受けられません。

※とは言え，初球（高卒対象）でも出題される可能性がないとは言えませんので，掲載いたします。

※この問題もまた，知っていればあっと言う間に解けるのですが，知らないとかなり苦労します。

問題 ZU-1121-2-2

図１に示すように，円の円周と２点で交わる１本の直線をひくと，円は２つの領域に分割される。図２，図３はそれぞれ，円周と２点で交わる直線を２本ひいているが，図 2-1 では３つの領域に，図 2-2 では４つの領域に分割されている。
では，円周と２点で交わる６本の直線をひいたとき，分割されてつくられる領域の個数が最小になる場合と最多になる場合の個数の差はいくらか。

1.　９
2.　10
3.　12
4.　15
5.　18

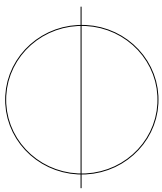


図１

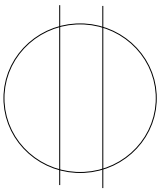


図 2-1

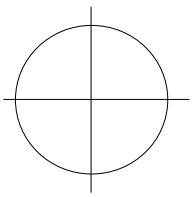
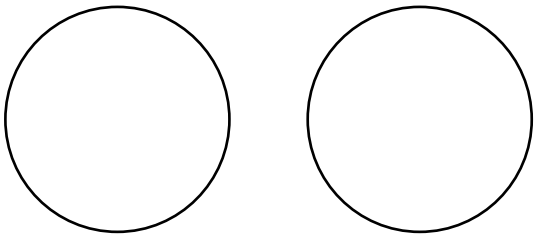


図 2-2



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-2-2

６本くらいなら，真っ向勝負でアプローチしても解ける可能性はありますが，相当な困難を伴います。
なお，分割されてできる領域個数が最小になるのは，各直線同士が交わらないようにひいたとき（平行である必要はない）であり，最大になるのは，新たな直線をひくときに，すでにひいたすべての直線と交わるようにひいたときとなります。

直線本数	１本	２本	３本	４本	５本	６本
最小領域数	２	３	４ 図 3-1	５ 図 4-1	６ 図 5-1	７ 図 6-1
最大領域数	２	４	７ 図 3-2	11 図 4-2	16 図 5-2	22 図 6-2
その差	０	１	３	６	10	15

「正解 4(15)」となります。

図 3-1　図 4-1　図 5-1　図 6-1

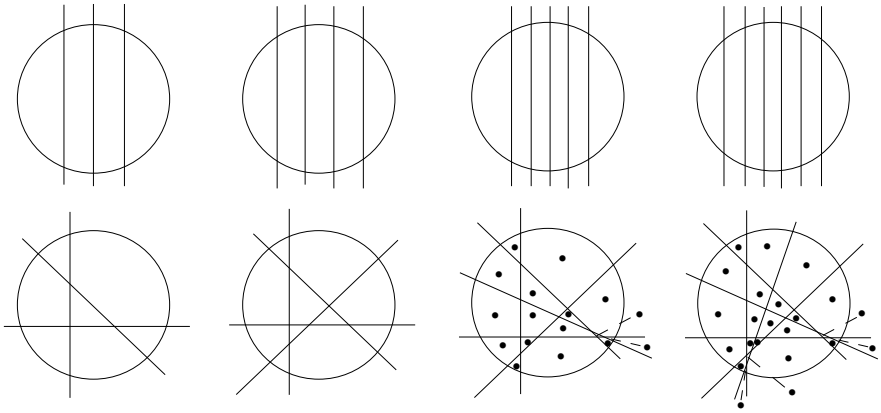


図 3-2　図 4-2　図 5-2　図 6-2

前述しましたように，真っ向勝負はかなり厳しいので，次に示す規則性を見出し，類推するアプローチが望まれます。

直線本数	１本	２本	３本	４本	５本	６本
最小領域数	２	３	４	５	６	７
最大領域数	２	４	７	11	16	22
隣り合う差		２	３	４	５	６
最大－最小	０	１	３	６	10	15
隣り合う差		１	２	３	４	５

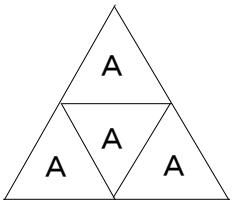
Copywrite
遊学社　長山　訓

※地方初級試験の問題ですが，中級はもちろん，上級で出題される可能性もあります。

問題 ZU-1121-3-1

図は，辺の長さが１の正三角形Ａを４個並べて，辺の長さが２の正三角形をつくったことを示している。このようにして，Ａを次々と並べていくと，次々と大きな正三角形をつくることができる。では，次のうち，過不足なくすべてを並べたとき，大きな正三角形をつくることができるＡの個数として，妥当なものはどれか。

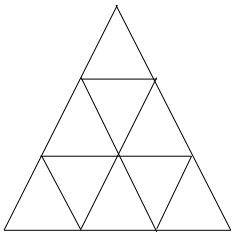
1. 393 個
2. 432 個
3. 447 個
4. 484 個
5. 500 個



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-3-1

　辺の長さが２の正三角形をつくるには，辺の長さが１の正三角形４個＝2^2個，辺の長さが３の正三角形をつくるには，辺の長さが１の正三角形９個＝3^2個を並べることになります（右図は辺の長さが３の正三角形）。



　つまり，辺の長さが１の正三角形Ａを並べることで，辺の長さがｎの正三角形をつくるためには，Ａをn^2個並べることになります。

　そこで，自然数ｎの２乗（n^2）の一の位の値がどうなるかを調べてみると，１，４，９，６，５，０のいずれかとなることがわかります。

			一の位
$1^2=1$	$11^2=121$	⇒	1
$2^2=4$	$12^2=144$	⇒	4
$3^2=9$	$13^2=169$	⇒	9
$4^2=16$	$14^2=196$	⇒	6
$5^2=25$	$15^2=225$	⇒	5
$6^2=36$	$16^2=256$	⇒	6
$7^2=49$	$17^2=289$	⇒	9
$8^2=64$	$18^2=324$	⇒	4
$9^2=81$	$19^2=361$	⇒	1
$10^2=100$	$20^2=400$	⇒	0

　このことから，肢１の 393（一の位が３），肢２の 432（一の位が２），肢３の 447（一の位が７）はいずれも，自然数ｎの２乗ではありません。
　肢５の 500 は一の位が０ですから，この点だけでみれば，ｎの２乗である可能性が残るものの，$20^2=400$，$30^2=900$ ですから，500 はｎの２乗ではありません。

　以上より，ｎの２乗である可能性は肢４の 484 のみとなります。
　なお，$484=22^2$となります。

$$484=4\times121=4\times11\times11=2\times2\times11\times11=22\times22$$

「正解 4」となります。

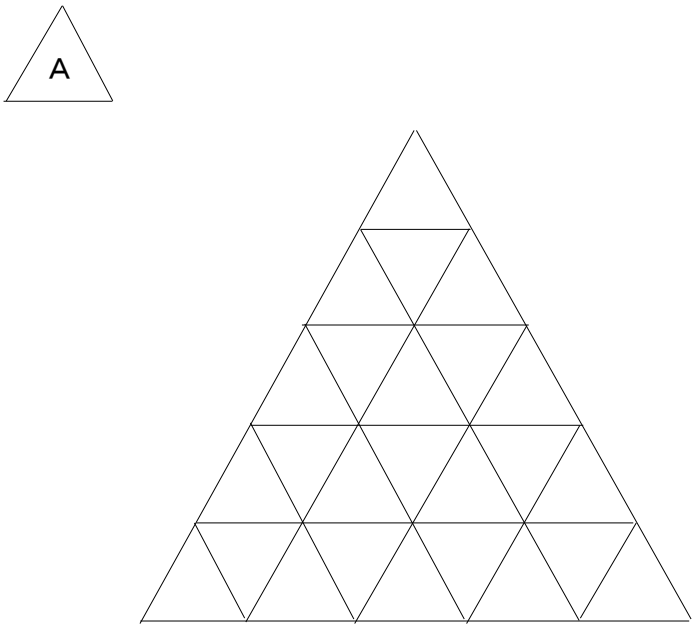
Copywrite
遊学社　長山　訓

※前問の関連問題です。

問題 ZU-1121-3-2

　１辺の長さが１の正三角形をＡとする。Ａを次図に示すように 25 個並べることで，１辺の長さが５の正三角形をつくることができる。このとき，Ａの個数は，最上段は１個，上から２段目は３個，３段目は５個，４段目は７個，５段目は９個というように，段ごとに２個ずつ増えていく。
　同様にして，841 個のＡを並べて大きな正三角形をつくったとき，大きな正三角形の最下段に並ぶＡの個数はいくつか。

1.　49 個
2.　53 個
3.　57 個
4.　61 個
5.　65 個



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-3-2

段数，Ａの総数，および最下段のＡの個数の関係を整理してみると，次のようになっています。求められているのは「？」です。

段数	Ａの総数	最下段のＡの個数	＝ 段数×２－１
１	１個＝１^2	１個	＝ １×２－１
２	４個＝２^2	３個	＝ ２×２－１
３	９個＝３^2	５個	＝ ３×２－１
４	16 個＝４^2	７個	＝ ４×２－１
５	25 個＝５^2	９個	＝ ５×２－１
・	・	・	
・	・	・	
・	・	・	
ｎ	841 個＝$ｎ^2$	？個	＝ ｎ×２－１

以上より，この問題の答である「？」の値（最下段の個数）は，次の計算で求められることがわかります。

$ｎ＝\sqrt{841}$　※ 841 の一の位が１であることから，
ｎ＝１または９と推定できます。

※$\sqrt{900}$ ＝ 30 より，$\sqrt{841}$ ＝ｎ＝ 29 と推定できます。

確認　29 × 29 ＝ 29 × 30 － 29 ＝ 870 － 29 ＝ 841

ｎ＝ 29（段）ですから，？個＝ 29 ×２－１＝ 57（個）　となります。

「正解 3」となります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

※かつての国家Ⅲ種の問題で，正多角形のうち，正八角形の対角線の本数と内角の角度に関する問題です。

問題 ZU-1121-4-1

正八角形の対角線の本数と１つの内角の角度の組合せとして，妥当なものはどれか。

	対角線の本数	１つの内角の角度
1.	20 本	135°
2.	20 本	144°
3.	40 本	135°
4.	36 本	144°
5.	40 本	160°

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-4-1

● 対角線の本数

正八角形を描き，対角線をすべてひき，その本数を数えることも可能ですが，ちょっと面倒ですね。
五角形，六角形ならそれほど手間はかかりませんので，これらの対角線の本数を数え，以下の関係から推定するという方法もあります。

正三角形	正方形	正五角形	正六角形	正七角形	正八角形
０本	２本	５本	９本	（　本）	［　本］

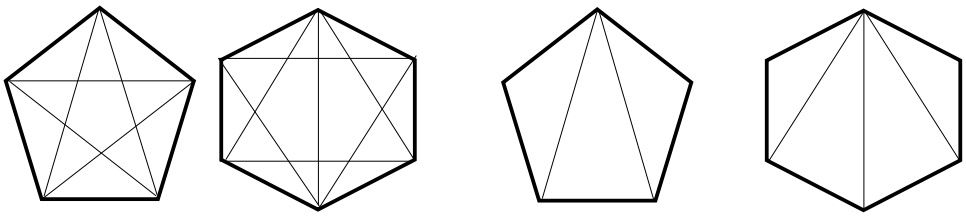
２　３　４　ａ　ｂ

ａ＝５，（　）＝14 本，ｂ＝６，［　］＝20 本

なお，数式で求めると，次のようになります（正四角形とは正方形のことです）。

正ｎ角形　＝　ｎ×（ｎ－３）÷２
正四角形　＝　４×（４－３）÷２＝　２（本）
正五角形　＝　５×（５－３）÷２＝　５（本）
正六角形　＝　６×（６－３）÷２＝　９（本）
正七角形　＝　７×（７－３）÷２＝　14（本）
正八角形　＝　８×（８－３）÷２＝　20（本）

※ｎは頂点数 です。
※（ｎ－３）の３は，例えば，頂点Ａからは，頂点Ａ自身とＡの両隣の頂点の計３つの頂点には対角線を引くことができないことを意味します。
※「÷２」は，例えば，頂点Ａから頂点Ｃへと引いた対角線と頂点Ｃから頂点Ａへと引いた対角線は同じものであることを意味します。



対角線計５本　　対角線計９本　　１頂点からひける対角線本数＝５－３＝２本　　１頂点からひける対角線本数＝６－３＝３本

下記内角の和の式の（ｎ－２）　⇒　５－２＝３（個）の三角形に分割できる　　６－２＝４（個）の三角形に分割できる

● 対角線の本数

内角の和は，単純に 180°ずつ増えていくと覚えてもＯＫです。

	内角の和		１つの内角の角度
正ｎ角形		＝（ｎ－２）× 180	内角の和 ÷ ｎ
正三角形	＝　180°	＝（３－２）× 180	180÷ ３＝　60°
正四角形	＝　360°	＝（４－２）× 180	360÷ ４＝　90°
正五角形	＝　540°	＝（５－２）× 180	540÷ ５＝ 108°
正六角形	＝　720°	＝（６－２）× 180	720÷ ６＝ 120°
正七角形	＝　900°	＝（７－２）× 180	900÷ ７＝割り切れず
正八角形	＝ 1080°	＝（８－２）× 180	1080÷ ８＝ 135°

「正解 1」となります。

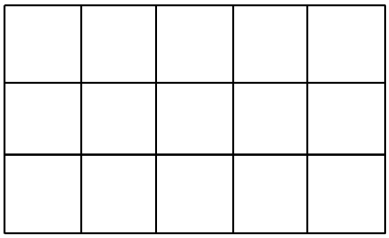
Copywrite
遊学社　長山　訓

※地方初級の問題です。

問題 ZU-1121-4-2

　次図に示すように，正方形は，互いに重ねることなく隣接するように並べることで，平面を隙間なく埋めつくすことができる。では，このようなことが可能な正多角形は，正方形を含めていくつあるか。

1.　２つ
2.　３つ
3.　４つ
4.　５つ
5.　６つ



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-4-2

この問題文の操作（互いに重ねることなく隣接するように並べることで，平面を隙間なく埋めつくすことができる）を実現しうる正多角形は，

「一つの内角の大きさが，360 の約数となっている」

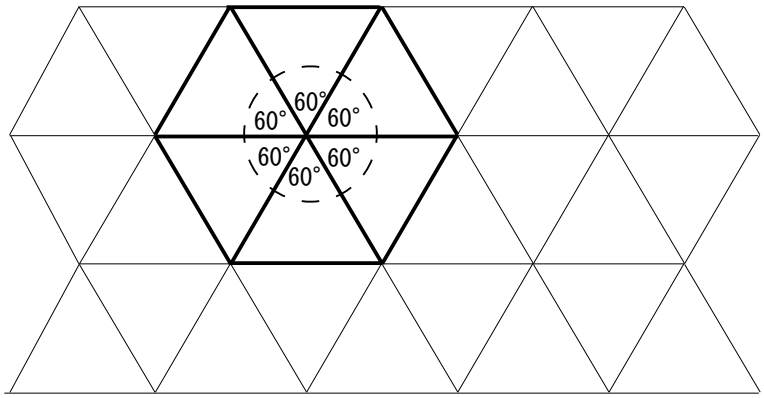
という条件を満たす正多角形で，正三角形，正四角形（正方形），正六角形の３つとなります。

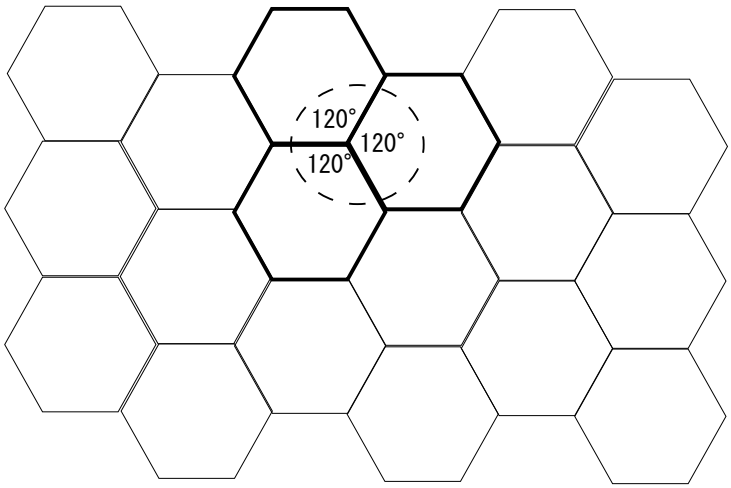
「正解 2」となります。

上記の条件を言い換えると，「一つの内角の大きさのｎ倍が 360 となる」ということです。
※ｎは自然数（正の整数）

	一つの内角	ｎ個
正三角形	60°	60°　×６個＝ 360°
正方形	90°	90°　×４個＝ 360°
正六角形	120°	120°　×３個＝ 360°

なお，60 以上の 360 の約数は，60，120，180，360 の４つですが，180°は直線ですから，正多角形の一内角の大きさになる可能性はありません。





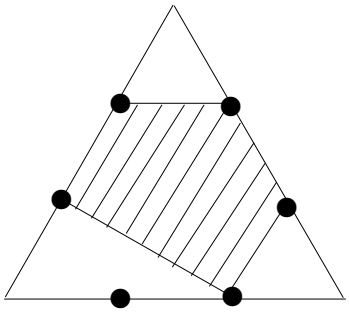
Copywrite
遊学社　長山　訓

※地方初級で出題された「等積移動」と呼ばれるジャンルの問題です。

問題 ZU-1121-5-1

　図の斜線部分は，正三角形の各辺の３等分点計６個のうち５点を結んでつくった五角形である。この五角形の面積は，正三角形全体の面積の約何%になるか。

1.　54%
2.　56%
3.　57%
4.　58%
5.　60%



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-5-1

「等積移動」とは,図形のある部分をそれと同じ面積の他の位置に移動して,面積を考えるジャンルです。

まず，図１に示すように，元の正三角形を，同じ面積の９個の小正三角形に分割してみましょう。すると，各辺の三等点６個を頂点とする正六角形の面積は，小正三角形６個分（◎印）に該当することがわかります。

次に，問題で示されている斜線部分ですが，図２に示すように，◎で表された小正三角形４個と，２個の〇に該当することがわかります。
ところで，〇と×は互いに小正三角形を二等分していますから，〇２個で小正三角形１個分に該当します。よって，斜線部分の面積は，元の正三角形全体（小正三角形９個）の 5/9 ＝ 0.555…≒ 0.56 ＝ 56%となります。

「正解 2」となります。

ちなみに，今回の問題では必要はないでしょうが，例えば，大きめの〇と×の位置を入れ替える（等積移動する）と，図３のようになります。

図１

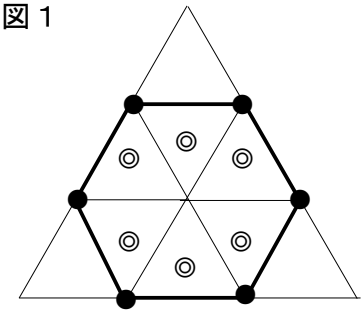


図２

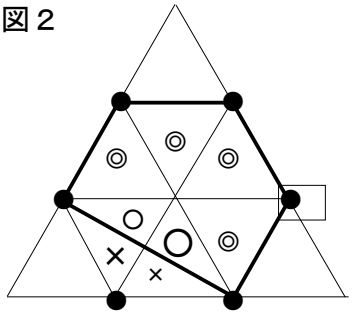
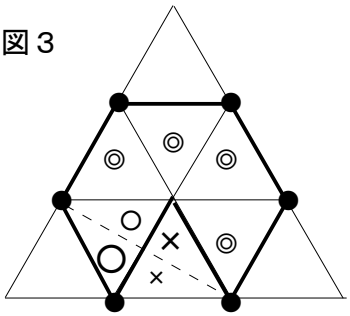


図３



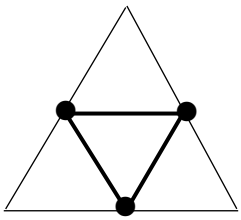
Copywrite
遊学社　長山　訓

※中級レベルの問題ですが，初球での出題もあり得ます。

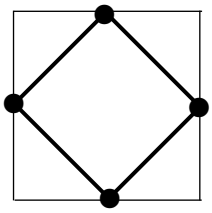
問題 ZU-1121-5-2

　図ア，図イ，図ウは，それぞれ，正三角形，正方形，正六角形の各辺の中点のうち，隣り合う辺の中点を結んだものである。
　図アでは，元の正三角形と内側の太線の正三角形の面積比は４：１となる。また，図イでは，元の正方形と内側の太線の正方形の面積比は２：１となる。では図ウにおいて，元の正六角形と内側の太線の正六角形の面積比はいくらか。

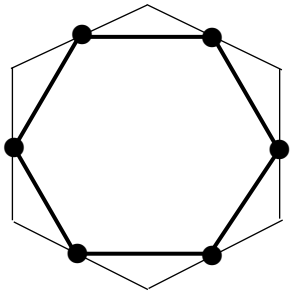
1.　２：$\sqrt{3}$
2.　４：３
3.　$\sqrt{5}$：２
4.　５：４
5.　６：５



図ア



図イ



図ウ

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-5-2

　元の正六角形または内側の太線の正六角形の辺に，適当な長さを設定して，計算によって解くこともできますが，それでは面倒です。

　まず，図１に示すように，正六角形を６等分します。
　次に，図２に示すように，図１で６等分された領域のいずれか１つをさらに４等分し，太い線の内側に位置する部分には◎，外側に位置する部分には〇を記入します。
　その結果，◎は３個，〇は１個となりますから，求める面積比は４：３となります。

「正解 2」となります。

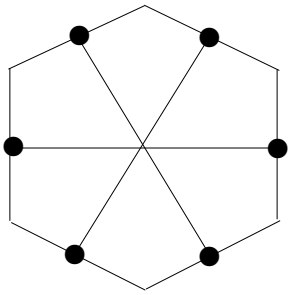


図１

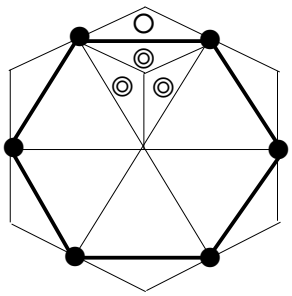
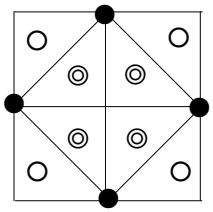


図２



参考

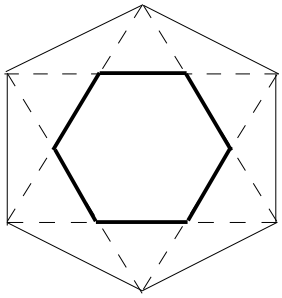
Copywrite
遊学社　長山　訓

※中級レベルの問題ですが，初球での出題もあり得ます。

問題 ZU-1121-5-3

図において，外側（細い実線）の正六角形と，内側（太い実線）の正六角形の面積の比はいくらか。

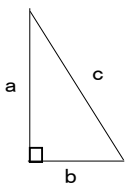
1.　３：１
2.　８：３
3.　９：４
4.　10：３
5.　12：５



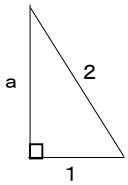
● HINT（参考）

※ HINT は試験では提示されません。なお，下記の HINT は次ページの「解 2」と関わっています。HINT なしでも解けるアプローチ「解 1」がありますので，まずは HINT を見ないで考えてみましょう。

●参考１（三平方の定理）
直角三角形において，直角を成す２辺の長さをそれぞれａ，ｂ，残る１辺の長さをｃとしたとき，$a^2+b^2=c^2$となります（図ア）。
図イにおいて，ｂ＝１とすると，ｃ＝２となりますから，
三平方の定理より，　$a^2+1^2=2^2=4$
$a^2=3$
$a=\sqrt{3}$　となります。
なお，$(\sqrt{3})\times(\sqrt{3})=3$

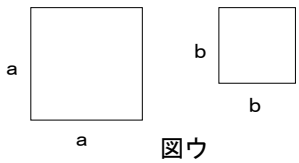


図ア

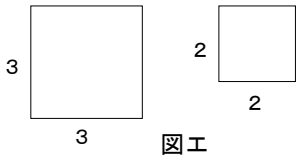


図イ

●参考２（相似比と面積比）
図形ｘが図形ｙの拡大または縮小であるとき，２つの図形は相似であるといいます。
相似な２つの図形の相似比（辺の長さの比）がａ：ｂのとき，面積比は$a^2:b^2$となります。
この関係を最もわかりやすく捉えることができるのは，図ウに示す正方形同士ですが，相似であれば，どんな図形でもこの関係は成立します。



図ウ



図エ

面積比は
$3^2:2^2$
＝ ９：４

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-5-3

●解 1

図１において，６個の◎と 12 個の〇の計 18 個の三角形(正三角形 12 個と二等辺三角形６個)は，すべて同じ面積となります。

12 個の正三角形同士の面積が等しく，６個の二等辺三角形同士の面積が等しいことは問題ないと思いますが，正三角形と二等辺三角形の面積が等しくなる理由はいかがでしょうか。

あやふやな方は，図２を参照してください。
図２において，ｂｃ＝ｃｄとなります。ｂｃは二等辺三角形ａｂｃの辺であり，正三角形ｂｃｆの辺でもあるからです。
そこで，二等辺三角形ａｂｃの底辺をｂｃ，正三角形ａｃｄの底辺をｃｄとすると，両者の高さはいずれもａｅとなり，底辺の長さが等しく，高さが共通であることから,面積は等しくなります。

さて，外側の正六角形は◎６個と〇 12 個の計 18 個，内側の正六角形は◎６個ですから，その面積比は 18：６＝３：１となります。

「正解 1」となります。

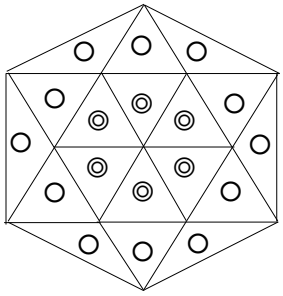


図１

図１

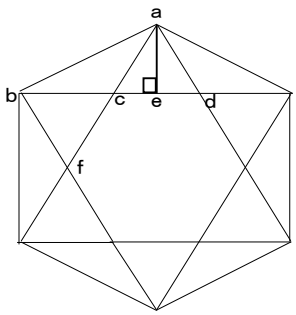


図２

図２

●解 2

図３において，△ａｄｅと△ｂｃｄは合同な正三角形，△ａｂｄと△ａｅｆは合同な二等辺三角形であり，正六角形の内角は 120°であることから，図中に示したように角度が定まり，△ａｂｃは 30°，90°，60°の内角を持つ直角三角形であることがわかります。

その結果，ｂｃの長さを１としたとき，
三平方の定理（別名ピタゴラスの定理）により，
ａｂ＝$\sqrt{3}$，ａｃ＝２となり，ａｄ＝ｃｄより，
ａｄ＝ｃｄ＝１となります。

よって，外側の正六角形の辺（例えばａｂ）と内側の太線の正六角形の辺（例えばｃｄ）の長さの比（相似比）は$\sqrt{3}$：１となり，その」面積比は３：１となります。

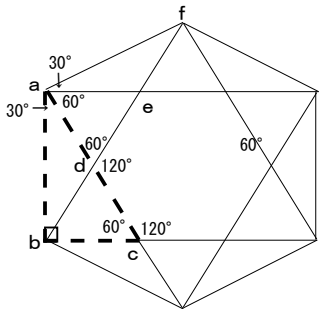


図３

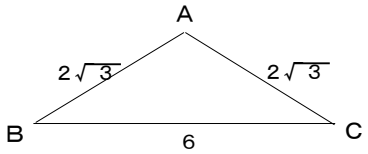
Copywrite
遊学社　長山　訓

※中級レベルの問題ですが，初球で出題される可能性もあります。

問題 ZU-1121-5-4

図は，辺ＡＢ＝辺ＡＣ＝２$\sqrt{3}$cm，ＢＣ＝６cmの板であり，同形同大の板がたくさんあるとする。できるだけ少ない枚数の板を並べて正六角形をつくるとき，その正六角形の面積はいくらか。

1. 12$\sqrt{2}$cm²
2. 12$\sqrt{3}$cm²
3. 18$\sqrt{2}$cm²
4. 18$\sqrt{3}$cm²
5. 24$\sqrt{3}$cm²



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-5-4

長さが示されていて，面積が求められているのですから，図形の計量（数的推理の一部）に属するという見方もありますが，こうした問題が判断推理系の図形の問題として出題されることもあります。

アプローチはいくつかありそうですが，まずは，正六角形をいくつかに等分することで，問題で示されているような二等辺三角形をつくれるかどうかを考えてみましょう。
すると，図１に示すように六等分することで，示されている二等辺三角形をつくれることがわかります。

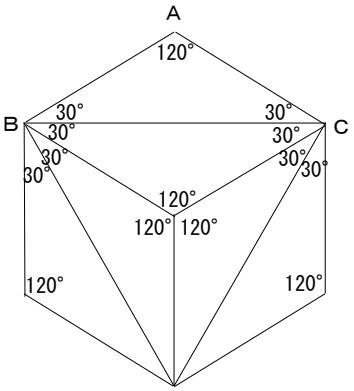


図１

したがって，求められている面積は，二等辺三角形ＡＢＣの面積の６倍となります。

そこで，この二等辺三角形の面積ですが，底辺をＢＣとすると，その長さは６cm ですが，このときの高さＡＤはいくらでしょうか。

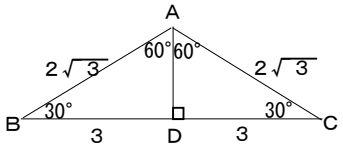


図２

図２に示すように，この二等辺三角形は，30°，60°，90°の直角三角形２個に分割できますから，三平方の定理より，

ＡＢ：ＢＤ：ＡＤ＝ＡＣ：ＣＤ：ＡＤ＝２：$\sqrt{3}$：１となり，

ＡＤ＝ｈ（cm）とすると，
ＡＢ：ＡＤ＝ＡＣ：ＡＤ＝２：１＝２$\sqrt{3}$（cm）：ｈ（cm）となります。

つまり，ｈ（cm）は２$\sqrt{3}$（cm）の半分ですから，ｈ＝$\sqrt{3}$（cm）となり，
二等辺三角形の面積＝６×$\sqrt{3}$×（1/2）＝３$\sqrt{3}$（cm²）
求められる正六角形の面積＝３$\sqrt{3}$×６＝18$\sqrt{3}$（cm²）　となります。

「正解 4」となります。

Copywrite
遊学社　長山　訓

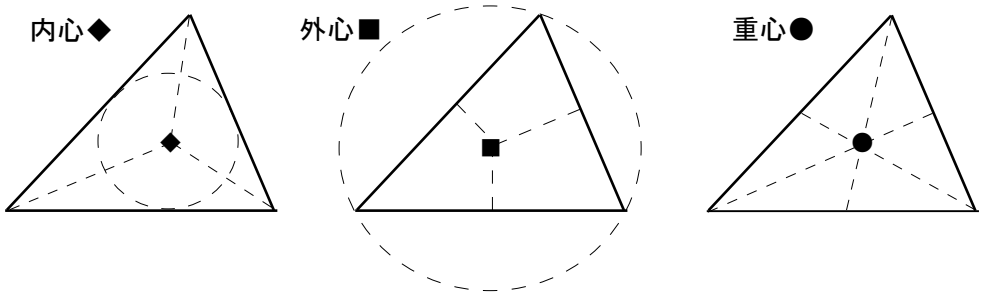
※三角形の基礎知識を確認するための問題で，私が作成したものです。

問題 ZU-1121-6-1

　三角形の内心（内接円の中心），外心（外接円の中心），および重心に関するア～エの記述のうち，正しいものをすべて挙げているのはどれか。
次の記述のうち，妥当なものはどれか。

　ア　正三角形においては，内心，外心，重心はすべて同じ位置となる。
　イ　内心は，三角形の３辺の垂直二等分線の交点である。
　ウ　外心は，三角形の３つの内角の二等分線の交点である。
　エ　重心は，三角形の３本の中線の交点であり，各中線をそれぞれ２：１に分ける。

1.　アとイ
2.　アとエ
3.　イとウ
4.　ウとエ
5.　イとウとエ



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-6-1

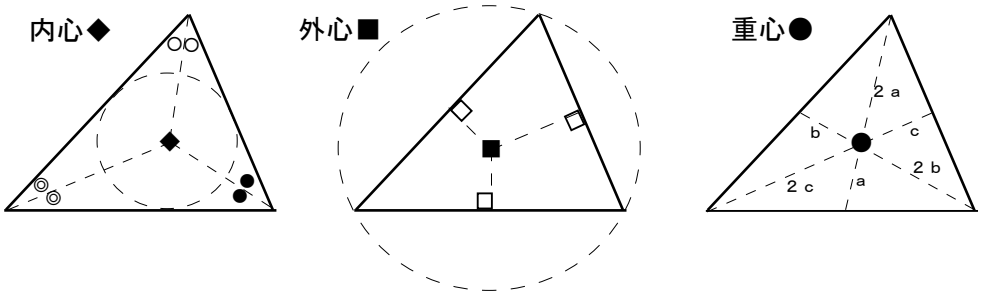
● 内心（内接円の中心）
　三角形の３つの内角の２等分線の交点です。
　図形の計量（計算問題）でたまに出題される程度。

● 外心（外接円の中心）
　三角形の３辺の垂直二等分線の交点です。
　公務員試験ではほとんど出題されません。

● 重心（面積の中心，立体の重心は体積の中心）
　三角形の３本の中線の交点で，公務員試験では，比較的頻出です。
　　中線とは，各頂点と対辺の中点を結ぶ線のことで，重心は，３本の中線をそれぞれ２：１に分けます。

　なお，正三角形においては，これら３つの点はすべて同じ位置となります。また，３本の中線はすべて同じ長さとなります。

「正解 2」となります。



Copywrite
遊学社　長山　訓

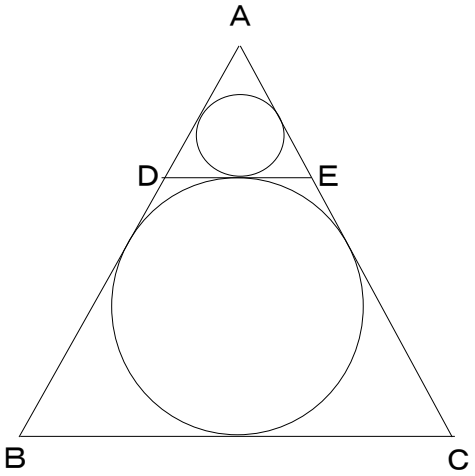
※三角形の基礎知識を確認するための問題で，私が作成したものです。

※この問題は初級～中級レベルです。
　上級でも同一ジャンルからの出題はありますが，応用問題となっています。

問題 ZU-1121-6-2

　三角形ＡＢＣとＡＤＥはいずれも正三角形である。それぞれの内接円の面積比はいくらか。

1.　３：１
2.　６：１
3.　９：１
4.　９：２
5.　12：１



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-6-2

△ＡＢＣ,△ＡＤＥともに正三角形ですから,その内心（内接円の中心）は,重心でもあります。重心は，中線を１：２に内分しますから，下図において,

①　ＭＧ：ＭＡ＝ＯＦ：ＯＡ＝１：２

また，同じ円の半径は当然すべて同じ長さですから,

②　ＭＧ＝ＭＨ　　ＯＦ＝ＯＧ

上記の①，②より,

③　ＭＧ＝ＭＨ＝ＨＡ　　ＯＦ＝ＯＧ＝ＧＡ

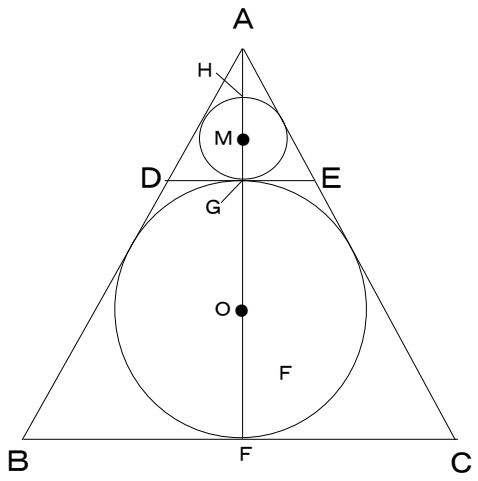
これらより,

ＭＧ＝ＭＨ＝ＨＡ＝１　とすると,

ＧＡ＝ＯＦ＝ＯＧ＝３　となることがわかります。

よって，△ＡＢＣと△ＡＤＥの相似比，および，その内接円同士の相似比ともに３：１となり，面積比は３^2：１^2＝９：１となります。

「正解 3」となります。

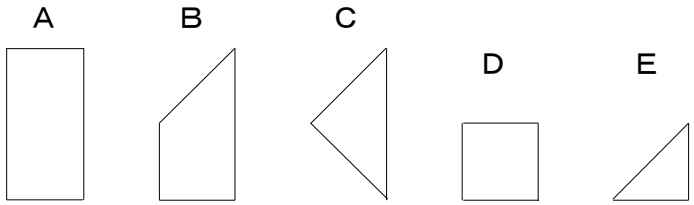


Copywrite
遊学社　長山　訓

※大卒対象警察官の問題ですが，地方中級のみならず，地方初級で出題される可能性がある難易度です。

問題 ZU-1121-7-1

　次に示す図形Ａ～Ｅのうち４つ選び，重ねることなく並べることで正方形をつくることができる。このとき，選ばない図形はどれか。
肢１（Ａ）
1.　Ａ
2.　Ｂ
3.　Ｃ
4.　Ｄ
5.　Ｅ

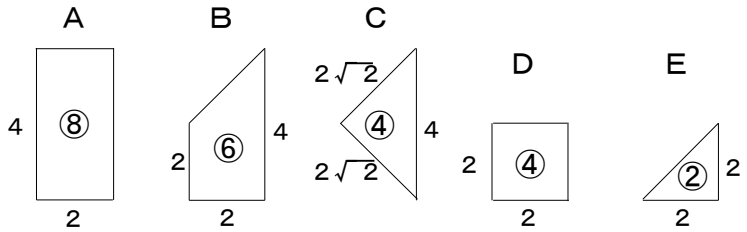


Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-7-1

このレベルであれば，真っ向勝負をしても，さほど苦戦することなく正解することは可能かもしれませんが，次のようなアプローチもあります。

① まず，Ａ～Ｅの図形の各辺の長さを適当に設定し，面積（図形内部の〇数字）を求めます。



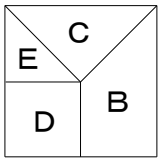
② 上記５つの図形の面積の合計は 24 となります。

③ ところで，正方形の面積は，その１辺の長さをｎとするとｎ^{2}ですから，ｎが整数と仮定すると，24 以下で最大のｎ^{2}は 16 となります。

④ ５つの図形の面積の合計 24 は，16 を８上回っていますから，正方形をつくるうえで不要な図形は，面積が８のＡとなります。

「正解 1」となります。

ちなみに，Ｂ～Ｅの４つの図形を組み合わせて正方形をつくると，例えば次のようになります。



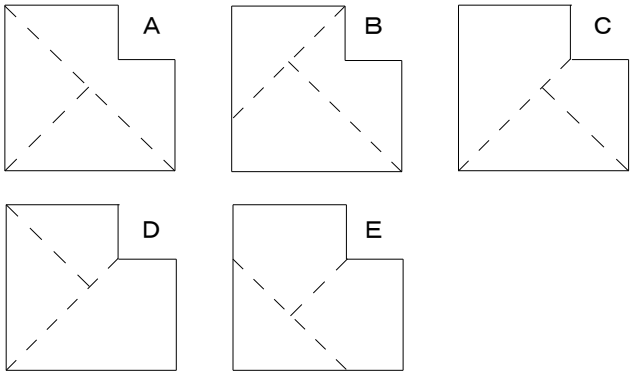
Copywrite
遊学社　長山　訓

※初級～中級レベルの問題です。

問題 ZU-1121-7-2

　次に示すＡ～Ｅの図のうち，点線部分で切り離し，向きを変えて隙間なく，また，重ねることなく並べることで正方形をつくれるのはどれか。ただし，図は裏返さないものとする。

1.　A
2.　B
3.　C
4.　D
5.　E



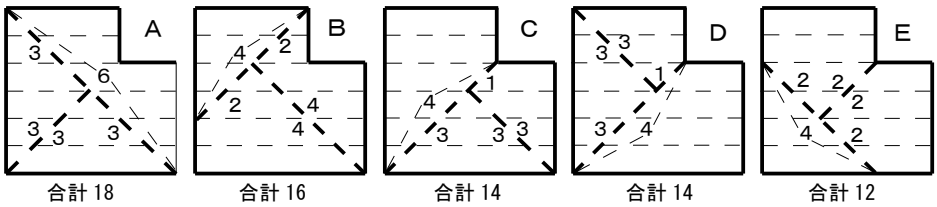
Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-7-2

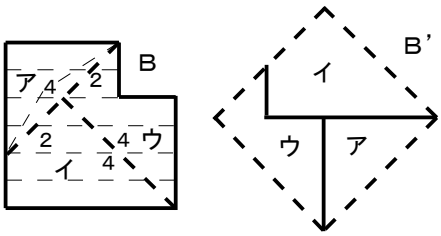
「点線部分で切り離し，向きを変えて隙間なく並べると，正方形ができる」との記述より，問題で示されている各図の内部の点線部分が，正方形の辺になると推定できます。

そこで，各図内部分の長さを適当に設定すると，それらの合計が４の倍数になるのは，Ｂ（肢２）のみであることがわかります。

「正解 2」となります。



なお，図Ｂを点線部分で切り離し，向きを変えて隙間なく並べることで，例えば下の図Ｂ’のように正方形をつくることができます。



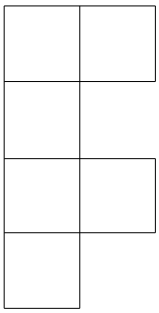
Copywrite
遊学社　長山　訓

※地方初級（特別区Ⅲ類）で出題された問題ですが，中級はもちろん，上級で出題される可能性もありそうです。

問題 ZU-1121-8-1

次の図のように，６個の正方形を組み合わせた型紙がある。この型紙を透き間なく，かつ，重ねることなく並べて正方形をつくるとき，必要な型紙の最小枚数はどれか。ただし，型紙は裏返しても回転させてもよいものとする。

1.　６枚
2.　12 枚
3.　24 枚
4.　48 枚
5.　54 枚



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-8-1

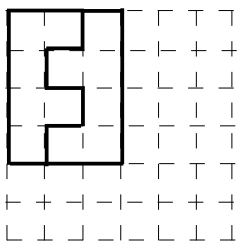
同大の正方形Ａを並べて正方形をつくるためには，縦横同数の正方形Ａが必要となるので，その個数はｎ^{2}個（ｎは自然数）でなければなりません。

そこで，各選択肢について，正方形Ａが何個になるかを調べ，その個数がある自然数の２乗になるかを調べると，肢１が６^{2}個，肢３が 12^{2}個，肢５が 18^{2}個となっていることがわかります。

	型紙の枚数	正方形Ａの個数	
肢 1	６枚	６個×６枚＝　36 個	36 ＝６× ６
肢 2	12 枚	６個× 12 枚＝ 72 個	72 ＝
肢 3	24 枚	６個× 24 枚＝144 個	144 ＝ 12×12
肢 4	48 枚	６個× 48 枚＝288 個	288 ＝
肢 5	54 枚	６個× 54 枚＝324 個	324 ＝ 18×18

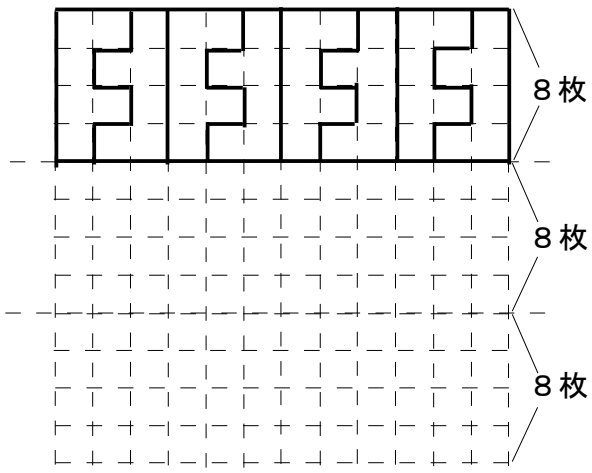
この問題で求められているのは最少個数ですから，肢１の 36 個（６×６）が可能かどうかを調べてみましょう。

この型紙を透き間なく並べるとき，型紙２枚を並べるのに「４×３」のスペースが必要となることから，６×６の正方形をつくることは不可能とわかります（右図参照）。



そこで肢 3 の 144 個（12 × 12）ですが，こちらは下図に示すように，可能であることはわかります。
そのことは，実際に並べて確認しなくても，12 という数が，上記下線部の２数（４と３）の公倍数であることから推定可能です。

「正解 3」となります。



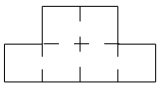
Copywrite
遊学社　長山　訓

※地方初級（特別区Ⅲ類）の問題ですが，中級での出題の可能性はありそうです。

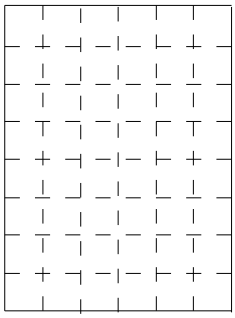
問題 ZU-1121-8-2

次の図１のような型紙を８枚，透き間なく，かつ重ねることなく並べてつくることができる図形として，あり得ないのはどれか。ただし，型紙は裏返しても，回転させてもよいものとする。

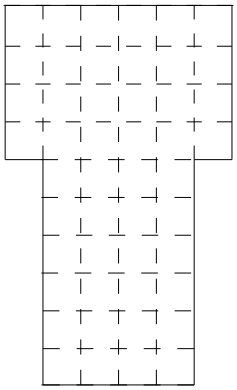
図１



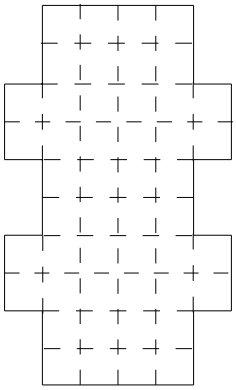
1.



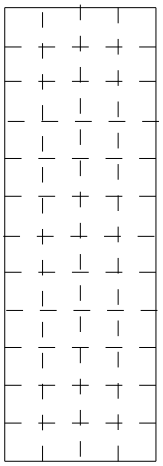
2.



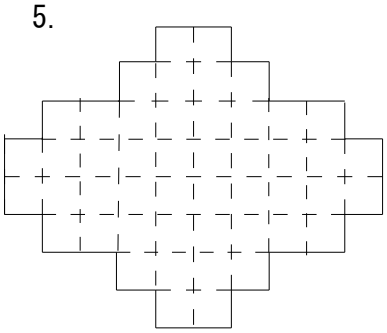
3.



4.



5.



Copywrite
遊学社　長山　訓

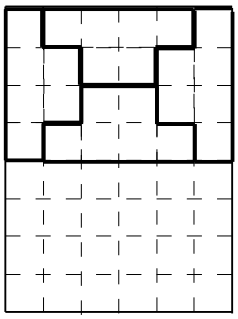
問題 ZU-1121-8-2

図１を２個組み合わせて，４×６の長方形をつくって考えれば，そんなに難しくはないといえます。
しかし，このタイプの問題（つくれないものを選ぶ）は，意外と苦戦することが予想されます。ある図形が実際につくれない図（つまりは正解の肢）なのに，「自分の組み合わせ方が不適切なためにつくれないのではないか」と考え，あれこれ試してしまうことがあり得るからです。
「もしかして，これが正解（つくれない図形）ではないか」と思ったなら，確信が持てなくても保留し，他の選択肢をあたってみるのがいいでしょう。

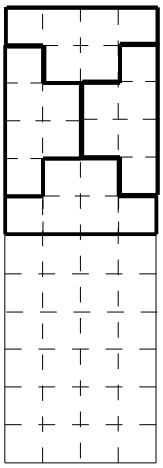
さて,本問ですが,肢 1,肢 4,肢 2 は容易につくれると判断できます。肢 5 も,上下左右に４個配置すると内側に４×６のスペースが残ることからつくれると判断できます。

「正解 3」となります。

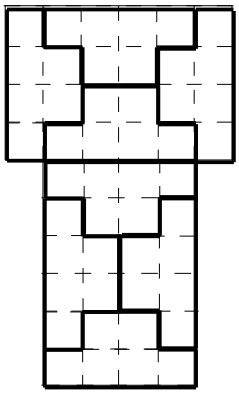
1.



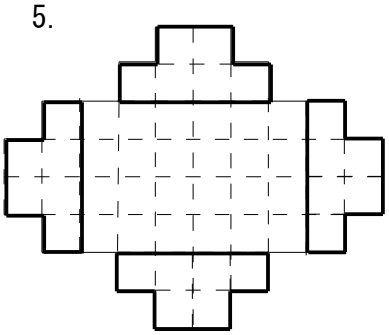
4.



2.



5.



Copywrite
遊学社　長山　訓

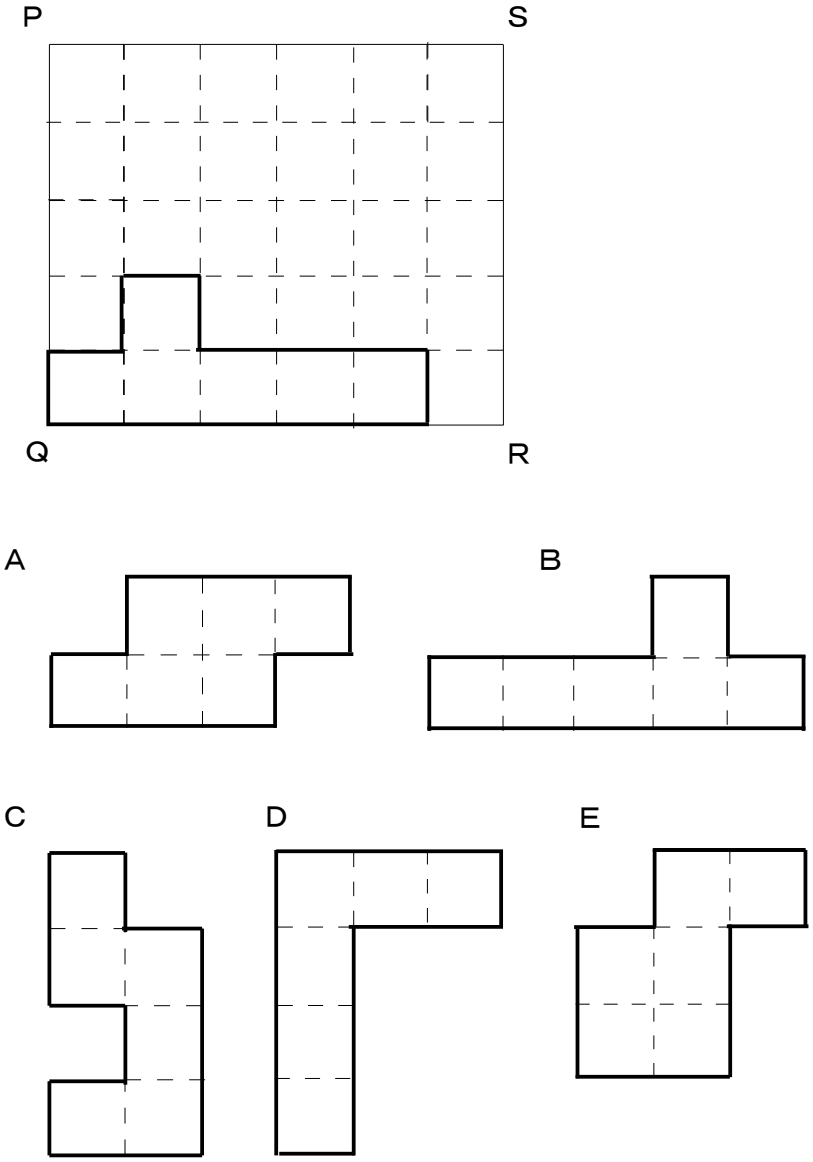
※大卒対象警察官採用試験で出題された問題ですが，地方中級で出題される可能性はありそうです。

問題 ZU-1121-8-3

図に示すように，長方形ＰＱＲＳ内部には，正方形６個で構成される紙片が１つ配置されている。さらに，紙片Ａ～Ｅのうち４つを選び，裏返すことなく並べることで，長方形ＰＱＲＳの内部をすべて埋めつくすことができるという。このとき，使用しない紙片はＡ～Ｅにうちどれか。

1.　A　　2.　B　　3.　C

4.　D　　5.　E



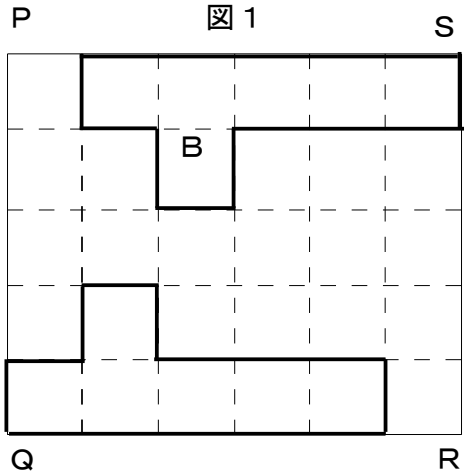
Copywrite
遊学社　長山　訓

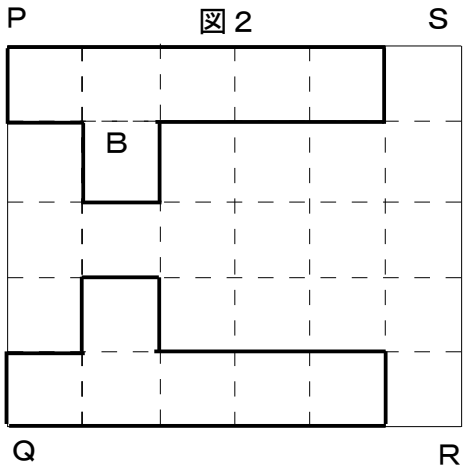
問題 ZU-1121-8-3

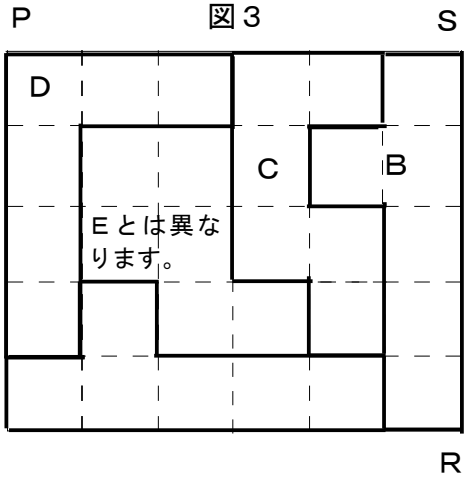
紙片Ａ～Ｅのうち可能な配置方法が最も少ないのは，一方向の距離が長い（距離５）紙片Ｂと推定できます。その紙片Ｂの配置方法ですが，図１～図３の３通りが考えられます。このうち，図１および図２においては，斜線部に配置できる紙片が存在しません。また，図３では紙片Ｄ，Ｃを配置することはできるものの，紙片Ａ，Ｅのいずれも配置することができません。

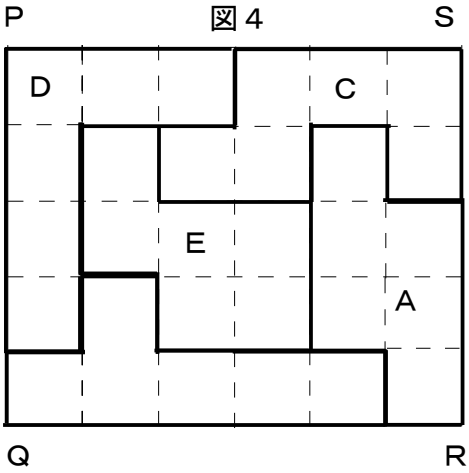
「正解 2（使用しない紙片はＢ）」となります。

ちなみに，紙片Ｄ，Ｃ，Ｅ，Ａを図４のように配置することで，示されている５×６の長方形を埋め尽くすことができますが，これを完成させるためには長時間を要するリスクがあります。
配置方法に関する制約が大きい紙片Ｂの配置を考え，Ｂを配置した場合には問題の要求を満たすことができないと推定し，「正解 2」と決断しましょう。







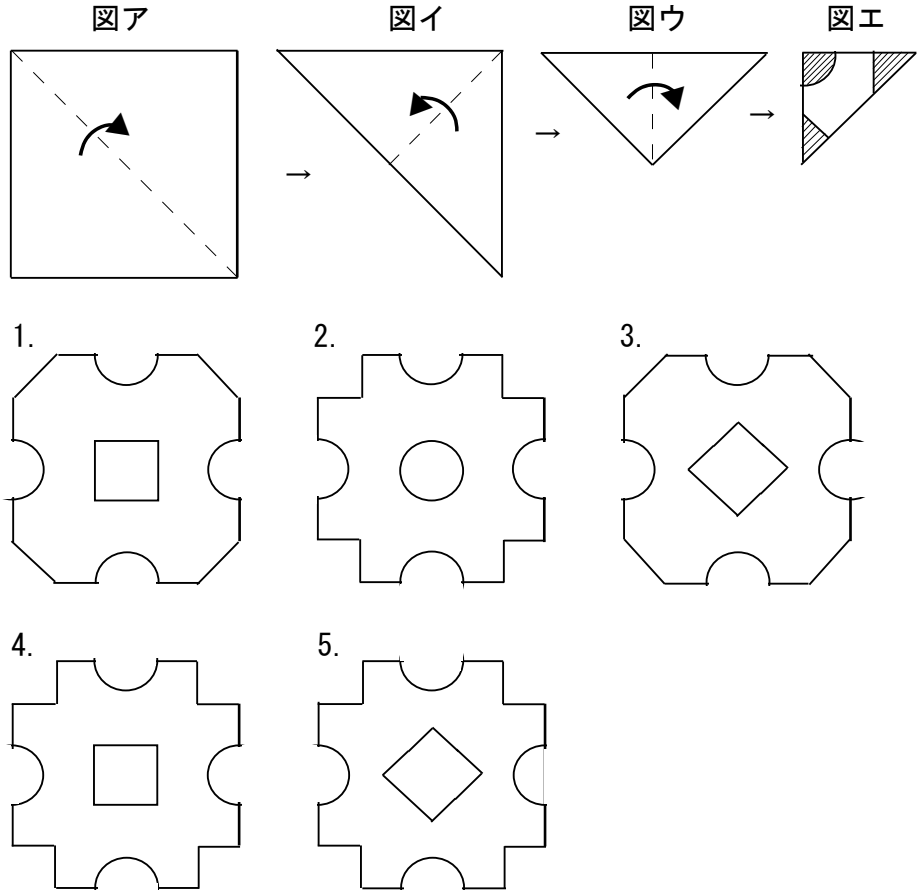


Copywrite
遊学社　長山　訓

※初級レベルの折り紙の問題です。

問題 ZU-1121-9-1

図ア～ウに示すように，正方形の紙を半分に折ることを３回繰り返し，図エに示す斜線部分をハサミで切り取る。これを広げて元の正方形にしたときの状態として妥当なのはどれか。



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-9-1

図１に示すように，内部に図エの状況（斜線は不要）を描いた正方形を描き，図２，３，４の順で，太い点線と線対称の図を書き込んでいくことで，切った後で正方形に戻したときの状態がわかります。

「正解 5」となります。

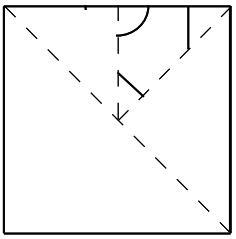


図１

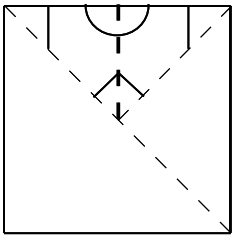


図２

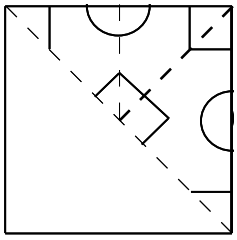


図３

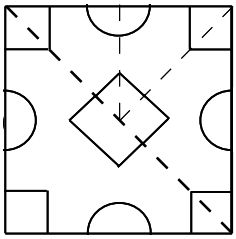


図４

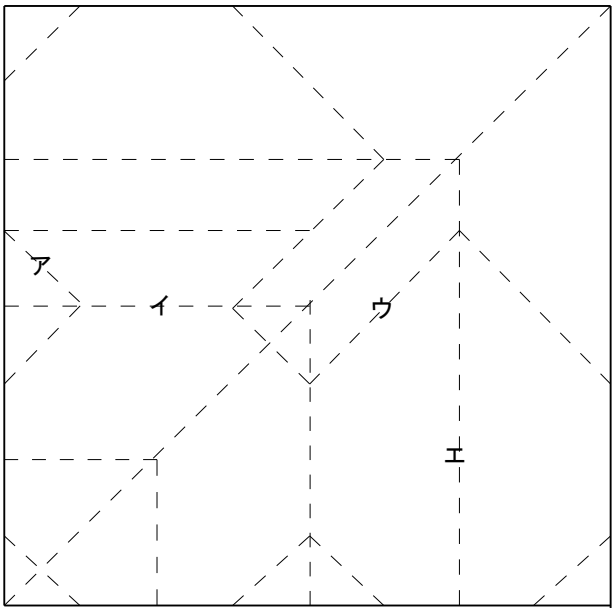
Copywrite
遊学社　長山　訓

※地方初級（東京特別区Ⅲ類）の問題です。

問題 ZU-1121-9-2

図のような正方形の紙がある。この紙を続けて５回折ってから元のように開いたところ，図の点線のような折り目ができた。このとき，２回目と３回目にできた折り目の組合せはどれか。

	２回目	３回目
1.	イ	ア
2.	イ	ウ
3.	イ	エ
4.	エ	ア
5.	エ	イ



Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-9-2

最初は，正方形の対角線，図１に示す直角二等辺三角形（正方形の半分）にしたことは容易に判断できます。

さて，図１には，「ア」と「ウ」の表記が数多く見られます。一度だけ折ることで，対応する折り目が多数存在するのは，５回の手順のうち後半に折られたことを意味しますから，２回目と３回目は，「イ」→「エ」または「エ」→「イ」のいずれかとなります。

この点に関して注目していただきたいのが「ア」です。「ア」は４か所に表記されていることから，「エ」よりも「イ」が先と判断できます。

「正解 3」となります。

ちなみに，４回目と５回目については，「ア」→「ウ」の順，「ウ」→「ア」の順のどちらでも，結果に違いは生じません。

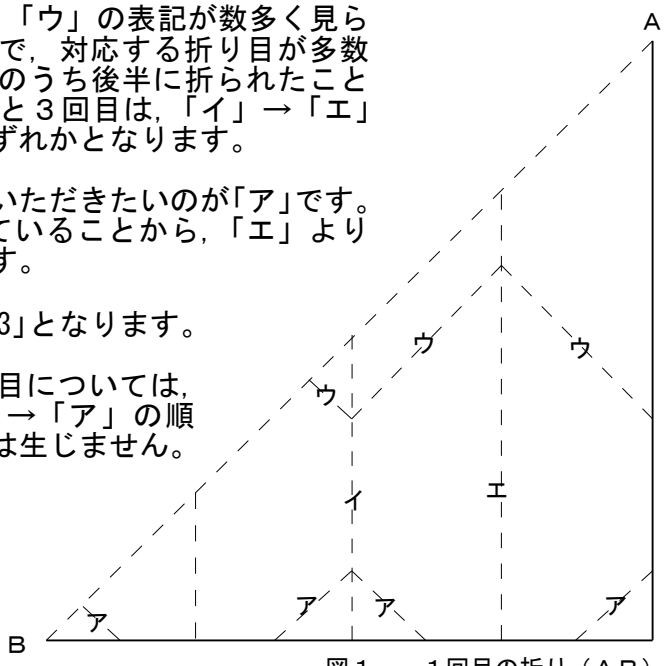


図１　１回目の折り（ＡＢ）の結果

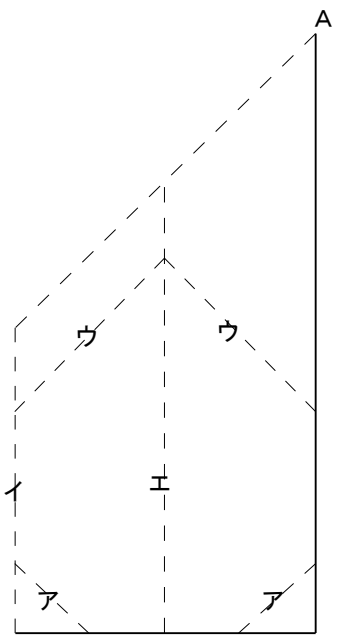


図２　２回目の折り（折り目イ）の結果

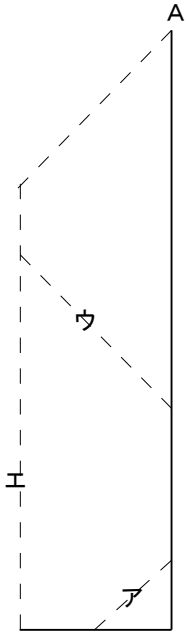


図３　３回目の折り（折り目エ）の結果

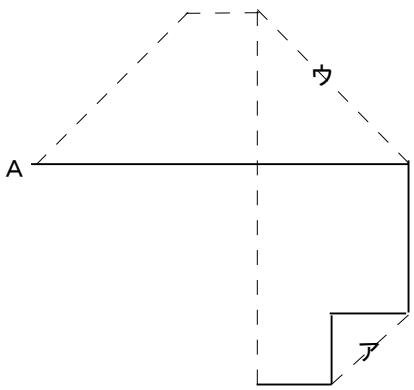


図４　４・５回目の折り（折り目ウ，ア）の結果

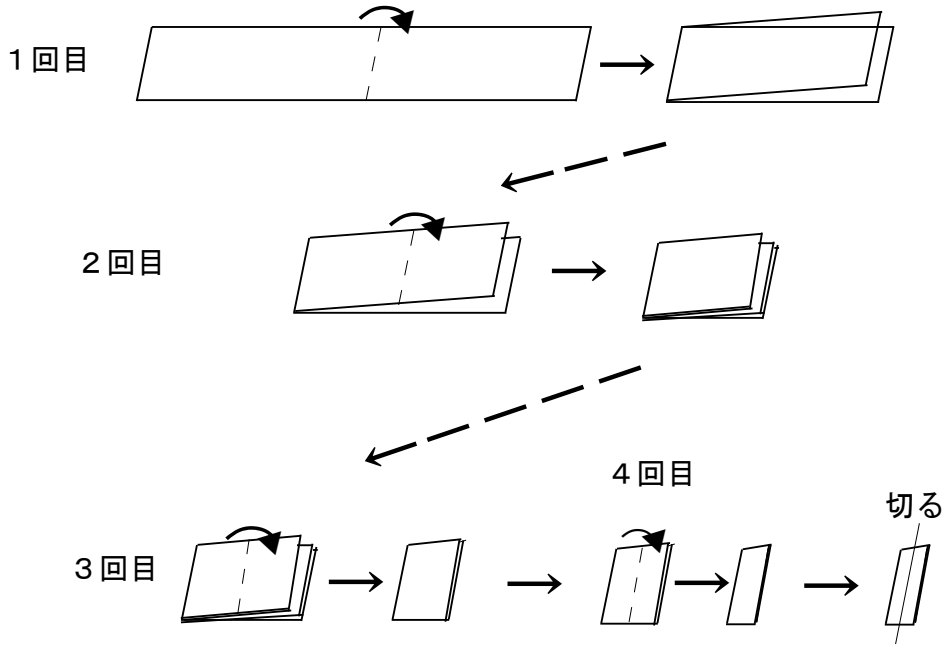
なお，他の手順で折るとどうなるかは，正方形の紙片を用意して，ご自身で確認してみることをお奨めします。

Copywrite
遊学社　長山　訓

※東京消防庁Ⅰ類（大卒対象）の問題ですが，中級試験で出題される可能性があるレベルです。

問題 ZU-1121-9-3

図に示すように，長方形の細長い紙片，紙片の向きは変えずに，中央線で折り曲げていく操作を４回繰り返した後，できあがった長方形の折れ曲がった紙片を，図のように中央線でハサミで切る。そのとき切り分けられてできる紙片の枚数として，最も妥当なのはどれか。



1.　13 枚

2.　15 枚

3.　17 枚

4.　19 枚

5.　21 枚

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-9-3

「大は小を兼ねる」は「真」ですが,数的処理においては,「小は大を兼ねる」もまた「真」です。
このことは，数的推理はもちろん，ここ，図形の舞台でも同様です。
すなわち，問題文では「４回折る」となっていますが，２回だけ，または３回だけ折った後で切った結果から，４回，５回，あるいはそれ以上折った後で切った結果を推定することが可能です。

下記の図１，２，３はそれぞれ，１回だけ，２回だけ，３回だけ折った後で切った結果で，それぞれ，３枚，５枚，９枚の紙片に切り分けられることがわかります。なお，点線は折り目であって，切り分けられてはいません。

これらより，次のような関係（規則性）があると推定できます。

Ａ	折る回数	１回	２回	３回	４回	５回	ｎ（回）
Ｂ	点線でも切られていると仮定した分割領域数	4	8	16	32	64	2^{n+1}
Ｃ	点線（折り目）	１本	３本	７本	15 本	31 本	$2^{n}-1$
Ｄ	実際の紙片の枚数	３枚	５枚	９枚	17 枚	33 枚	$2^{n}+1$ ＝Ｂ－Ｃ

「正解 3」となります。

※　ＡとＤの関係（Ｄ＝2^{n}＋１）にさえ気づけば，Ｂ，Ｃに気づく必要はありません。

図１

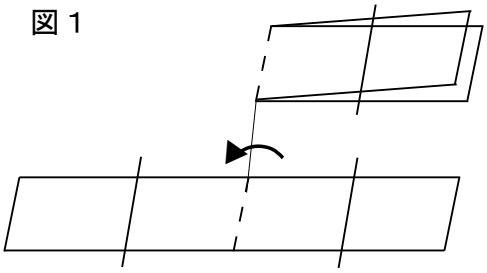


図２

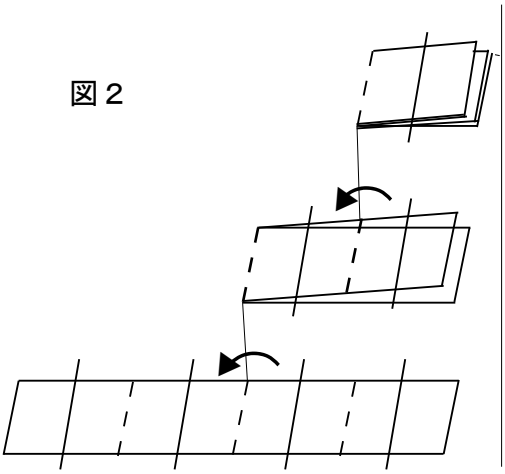
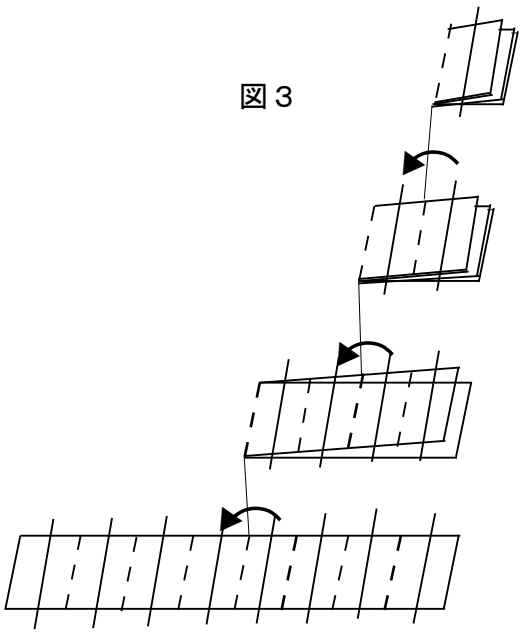


図３



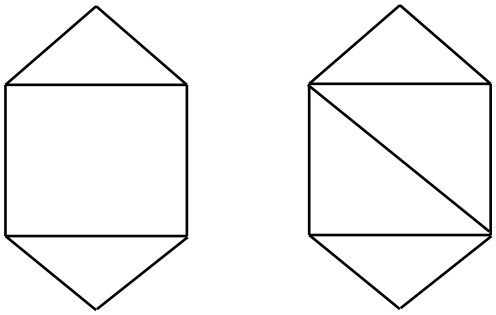
Copywrite
遊学社　長山　訓

※一筆書きと呼ばれるジャンルです。本来図形ではなく，判断推理に属するジャンルなので，本講座でも，判断推理にて掲載しています。ですから，すでに判断推理を学習していただいた方の多くは，すでに一筆書きを体験していると思います。

※この問題は，判断推理でも掲載している問題で，公務員初級～中級レベルです。ただし，２問目（10-2）は判断推理では掲載していません。

問題 ZU-1121-10-1（問題 HA-9121-5-2）

図ア，図イに関する次の記述のうち，妥当なものはどれか。



図ア　　図イ

1.　図アは，一筆書きで描くことができ，始点と終点が異なる。
2.　図アは，一筆書きで描くことができ，始点と終点が同じである。
3.　図イは，一筆額で描くことはできない。
4.　図イは，一筆書きで描くことができ，始点と終点が異なる。
5.　図イは，一筆書きで描くことができ，始点と終点が同じである。

Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-10-1（問題 HA-9121-5-2）

● この問題の図（文字）であれば，理論的なことを知らなくても，一筆書きで描けるか描けないかの判断は，容易かもしれません。しかし，大卒対象公務員試験で出題されるこのジャンルの問題では，自ら描いて判断することが困難な複雑な図が提示されることが多いです。

● そこで，一筆書きが可能か否かを判断する次の３つを覚えましょう。なお，奇点の「奇」は奇数を，偶点の「偶」は偶数を意味し，集まる線の本数が奇数ならば奇点，偶数ならば偶点といいます。

①奇点が０個（偶点は何個でも可）→　一筆書き可。 スタート＝ゴール

②奇点が２個（偶点は何個でも可）→　一筆書き可。 スタート≠ゴール

③上記のいずれにも該当しない　　→　一筆書き不可。
（奇点が１個または３個以上）

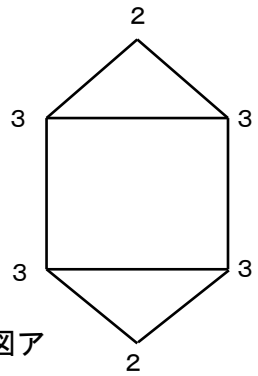
②の奇点２個は，ロープの両端に該当します。

各図（各文字）の各点に集まる線の本数を示すと，次のようになります。

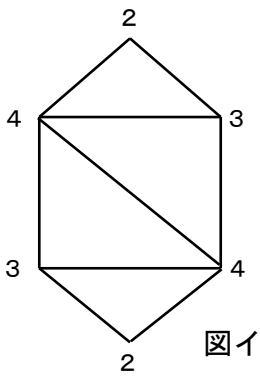
● 図アは，奇点が４個（３が４個）あるので，一筆書きは不可能です。

● 図イは，奇点が２個（３が２個）なので，一筆書きが可能です。
また,始点と終点は異なります(始点とはスタート［書き始め］の点を,終点とはゴール［書き終わり］の点を意味します)。

「正解 4」となります。

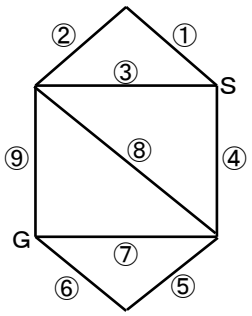


図ア



図イ

● なお，本試験においては，確認の必要はありません（時間の浪費しますから確認すべきではありません）が，右の①～⑨は，図イの書き順の一例です。
Ｓは start（始点），Ｇは goal（終点）を意味します。



Copywrite
遊学社　長山　訓

※判断推理の執筆の段階では，この問題の存在に気づいていなかったため，
　判断推理では掲載していません。

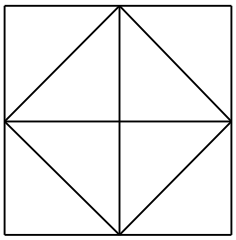
※東京消防庁Ⅰ類（大卒対象）の問題ですが，中級はもちろん，初級で出題
　される可能性もありそうです。

問題 ZU-1121-10-2

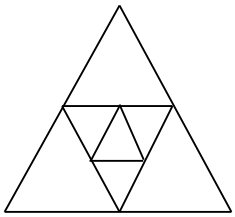
　次のア～エの図形のうち，一筆書きができる図形の組合せとして妥当なのはどれか。

1.　ア，イ
2.　ア，ウ
3.　イ，ウ
4.　イ，エ
5.　ウ，エ

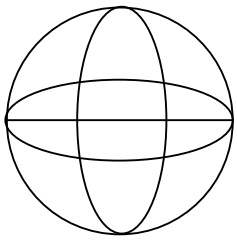
ア



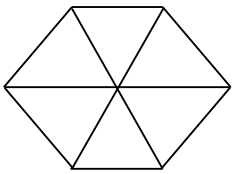
イ



ウ



エ

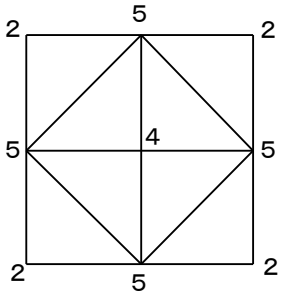


Copywrite
遊学社　長山　訓

問題 ZU-1121-10-2

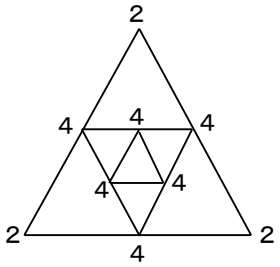
ア～エの各図の各点に集まっている線の本数をチェックすると次のようになります。

ア



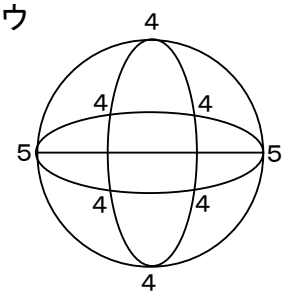
ア） 奇点４個（５が４個）のため，一筆書き不可。

イ



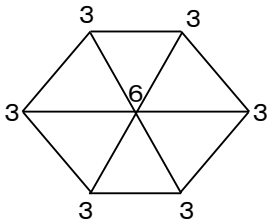
イ） 奇点０個のため，一筆書き可能。始点と終点が同じ。

ウ



ウ） 奇点２個（５が２個）のため，一筆書き可能。始点と終点が異なる。

エ



エ） 奇点６個（３が６個）のため，一筆書き不可。

「正解 3」となります。